

ریاضی

تجربی

||



نمونہ سوالات تالیفی

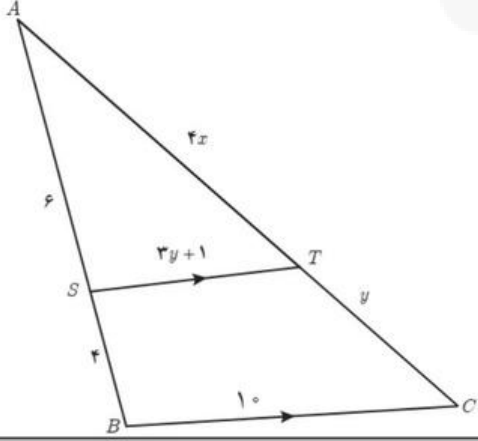
نوبت اول

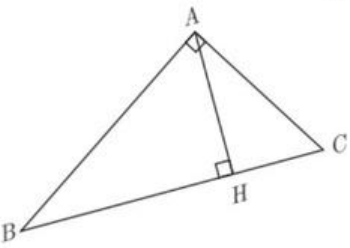


bekhunofficial



نام:		سازمان ملی پرورش		اداره کل آموزش و پرورش	
نام خانوادگی:		استعدادهای درخشان		استان لرستان	
شماره صندلی:		امتحانات هماهنگ مدارس استعداد های درخشان استان لرستان		تاریخ امتحان:	
کلاس:		نوبت اول سال تحصیلی 1401-1402		زمان پاسخ گویی: 100 دقیقه	
نام دبیر:		نمره با عدد:	امتحان در 3 صفحه و 13 سوال بوده و نیاز به پاسخنامه ندارد		
		نمره با حرف:			
بارم	ردیف	استفاده از ماشین حساب ممنوع می باشد			
5/1	1	<p>درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) قرینه نقطه <math>(3, -2)</math> نسبت به نقطه <math>(0, 0)</math> برابر <math>(-3, 2)</math> است.</p> <p>ب) دامنه تابع <math>f(x) = \frac{\sqrt{6-x}}{\sqrt{2x-1}}</math> برابر <math>\left\{1\right\} - \left[\frac{1}{2}, 6\right]</math> است.</p> <p>پ) اگر <math>\alpha</math> و <math>\beta</math>، ریشه های معادله <math>x^2 + 2x - 1 = 0</math> باشند، حاصل <math>\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2}</math> برابر 6 است.</p>			
5/1	2	<p>پاسخ مناسب را در جای خالی قرار دهید.</p> <p>الف) اگر <math>f(x)</math> به صورت مقابل باشد، دامنه تابع <math>y = \sqrt{xf(x)}</math> برابر ..... است.</p>  <p>ب) در دو مثلث متشابه با مساحت های 9 و 6، نسبت ضلع های نظیر برابر ..... است.</p> <p>پ) در یک مستطیل طلایی با طول <math>x</math> و عرض <math>y</math>، رابطه ..... بین طول و عرض آن برقرار است.</p>			
5/1	3	<p>اگر <math>(a, b)</math> قرینه نقطه <math>(-1, 2)</math> نسبت به خط <math>2x - y = 1</math> باشد، حاصل <math>a + 2b</math> را بدست آورید.</p>			
1	4	<p>شعاع دایره ای به مرکز <math>(-1, 3)</math> که بر خط <math>2x + 3y = 1</math> مماس است را <math>R</math> می نامیم، حاصل <math>\frac{R}{\sqrt{13}}</math> را بدست آورید.</p>			
5/1	5	<p>اگر <math>\alpha</math> و <math>\beta</math>، ریشه های معادله <math>x^2 - 5x - 1 = 0</math> باشند، حاصل عبارت <math>\frac{(\alpha^2 - 1)^2 + 25\beta^2}{5(\alpha\beta - 4)}</math> را بدست آورید.</p>			

1/5	<p>مجموع جواب‌های معادله گویای زیر را بدست آورید.</p> $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{1}{x}$	6
1/5	<p>معادله رادیکالی زیر را حل کنید.</p> $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x^2 - 5x + 3} = 0$	7
1/5	<p>دو شیر آب <math>A</math> و <math>B</math> استخری رو با هم در 15 ساعت پر می‌کنند، 8 ساعت دو شیر آب با هم باز هستند، و بعد از آن یکی از شیرها را بسته و مابقی استخر را شیر دیگری در 21 ساعت پر می‌کند، هر کدام از شیرها به تنهایی در چند ساعت استخر را پر می‌کنند؟</p>	8
1/5	<p>ثابت کنید نسبت ارتفاع دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه آنها است.</p>	9
1/5	<p>در شکل مقابل مقدار <math>x</math> و <math>y</math> را بدست آورید. (<math>AS = 6, SB = 4, ST = 3y + 1, AT = 4x, TC = y</math>)</p> 	10

1/5	<p>با توجه به شکل زیر، اگر <math>AB = 13</math>، <math>AH = 5</math> مقدار <math>BH</math> و <math>BC</math> و <math>AC</math> را بدست آورید.</p> 	11
1/5	<p>اگر بدانیم توابع <math>f(x) = \frac{2x+1}{(x-2)(bx^2+cx+\frac{1}{3})}</math> و <math>g(x) = \frac{3}{(x+1)(x-a)}</math> با هم برابر هستند، حاصل <math>a + b + c</math> را بدست آورید.</p>	12
1	<p>اگر <math>f = \{(1,2), (-1,3), (4,0), (5,6)\}</math> و <math>g = \{(1,4), (-2,3), (4,8), (3,6)\}</math> دو تابع باشند، توابع زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) <math>f + g =</math></p> <p>ب) <math>\frac{g}{f} =</math></p>	13
20	<p>« بکوش تا عظمت در نگاه تو باشد نه در آنچه که به آن می‌نگری » « آندره ژید »</p>	

بازوند - دی 1401



۱ الف) درست      ب) نادرست      پ) درست

۲ الف)  $[0, 1]$  (قسمتی از نمودار که در ناحیه اول رسم است)

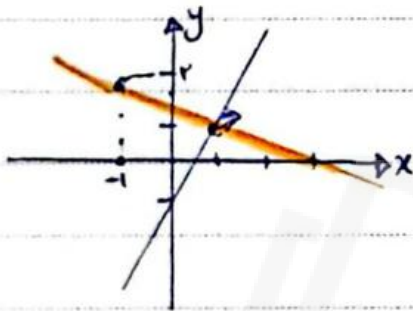
ب)  $k = \sqrt{\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{3}{2}}$   
 پ)  $\frac{x}{y} = \frac{x+y}{x} = \dots$

۳ خط  $y = 2x - 1$  عمود منصف پاره خط  $AB$  است.  $A(-1, 2), B(a, b)$

$m_{AB} \times m_d = -1 \rightarrow m_{AB} = -\frac{1}{2}$

معادله  $AB$  می نویسیم:  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$   
 حالا  $AB$  را با  $d$  قطع می کنیم.

$l = d \rightarrow -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = 2x - 1 \rightarrow x = 1, y = 1$



$x_B = 1 + |1 - x_A| = 3$   
 $y_B = 1 - |1 - y_A| = 0 \rightarrow B(3, 0)$

$a + 2b = 3 + 2 \times 0 = 3$  ✓

۴ می دانیم شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است. لذا فاصله مرکز دایره از خط داده شده، برابر شعاع دایره است.

$R = \frac{|2(-1) + 3(2) - 1|}{\sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{4}{\sqrt{13}} \rightarrow \frac{R}{\sqrt{13}} = 4$  ✓

۵) اگر  $\alpha$  در معادله جایگزینی کنیم،  $\alpha^2 - 5\alpha - 1 = c$  در نتیجه  $\alpha^2 - 1 = 5\alpha$

$$\frac{(\alpha^2 - 1)^2 + 25\beta^2}{5(\alpha\beta - 4)} = \frac{25\alpha^2 + 25\beta^2}{5(\alpha\beta - 4)} = \frac{25(S^2 - 2P)}{5(P - 4)} = \frac{25(5^2 - 2(-1))}{5(-1 - 4)} = -27$$

$$\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+1} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{x+1 - 2(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x} \quad (6)$$

$$\Rightarrow \frac{-x+3}{x^2-1} = \frac{1}{x} \Rightarrow -x^2+3x = x^2-1 \Rightarrow 2x^2-3x-1=0$$

مجموع جواب ها  $= \frac{3}{2}$  (هر دو قابل قبول اند)

$$\sqrt{x-1} = -\sqrt{2x^2-5x+3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x-1 = 2x^2-5x+3 \quad (7)$$

$$\Rightarrow x^2-5x+4 \Rightarrow x=1, x=4$$

$x=4$  صدق نمی کند. ولی  $x=1$  صدق می کند.

از طرفی می توان گفت چون مقدار رادیکال هواره نامنفی است، پس باید هر دو رادیکال ها صفر باشند و...

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{15} \quad (8)$$

در یک ساعت، کسر  $\frac{1}{A}$  از استخر توسط شیر A پر می شود. و کسر  $\frac{1}{B}$  هم توسط B پر می شود.

حال در  $\Delta$  ساعت  $\frac{1}{A} + \frac{1}{B}$  پر می شود و در ادامه (فرض کنید) شیر B به مدت ۲۱ ساعت

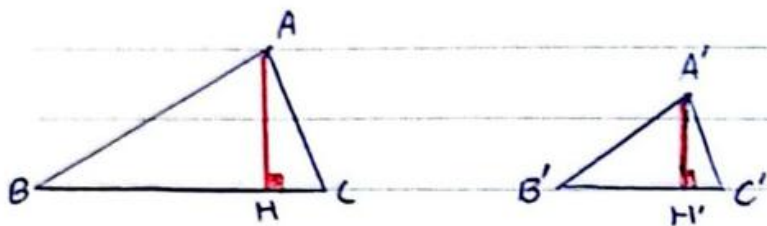
$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} + \frac{21}{B} = 1$$

کار کند. پس کسر  $\frac{21}{B}$  استخر پر می شود. حالا استخر کامل شده یعنی

$$\frac{21}{B} = 1 - \frac{1}{15} = \frac{14}{15} \Rightarrow B = \frac{45}{2} \quad \checkmark$$

$$A = \frac{45}{1} = 45 \quad \checkmark$$





(9)

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = k \quad \leftarrow \quad \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \quad \text{فرض}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ \hat{B} = \hat{B}' \quad (\text{متشابه}) \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle A'B'H' \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AH}{A'H'} = k \quad \checkmark$$

$$ST \parallel BC \xrightarrow{\text{تساوی}} \frac{ST}{BC} = \frac{AS}{AB} = \frac{AT}{AC} \quad (10)$$

$$\rightarrow \frac{9}{4+f} = \frac{3y+1}{10} = \frac{fx}{fx+y} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{3y+1}{10} \rightarrow y = \frac{5}{3} \quad \checkmark$$


$$\frac{fx}{fx+\frac{5}{3}} = \frac{3}{5} \rightarrow 5fx = 12x + 5 \rightarrow x = \frac{5}{8} \quad \checkmark$$

$$BH = \sqrt{12^2 - 5^2} = 11 \quad \checkmark \quad \text{تضییق فیثاغورس در مثلث } ABH$$

در مثلث قائم الزاویه ارتفاع دارد بر وتر و واسطه هندسی بین قطعات ایجاد شده روی وتر است.

$$AH^2 = BH \times CH \rightarrow 5^2 = 12 \times CH \rightarrow CH = \frac{25}{12} \rightarrow BC = \frac{25}{12} + 12 = \frac{149}{12} \quad \checkmark$$

$$AC = \sqrt{\left(\frac{25}{12}\right)^2 + 5^2} = \frac{45}{12} \quad \checkmark \quad \text{تضییق فیثاغورس در مثلث } ABC$$

۱۲) برای برابری در تابع باید ابتدا دامنه هر آنها برابر باشند. چون  $x=2$  در دامنه  $f$  نیست، پس در دامنه  $g$  هم نباید باشد. واقع است که باید  $a=2$  باشد.  به همین شکل در  $x=-1$  که در دامنه  $g$  نیست باید در  $f$  داشته باشیم. پس براتر:  $bx^2+cx+\frac{1}{3}$  قماً عامل  $x+1$  را باید تا من کند.

$$bx^2+cx+\frac{1}{3} = (x+1)\left(bx+\frac{1}{3}\right) \longrightarrow bx^2+\frac{x}{3}+bx+\frac{1}{3} \longrightarrow c=\frac{1}{3}+b$$

↓ باید با  $x+1$  صورت ساده شود

$$b=\frac{2}{3} \quad \checkmark$$

↓

$$c=1 \quad \checkmark$$

$$a+b+c = 2+\frac{2}{3}+1 = \frac{11}{3} \quad \checkmark$$

XXX البته سؤال باید اصلاح شود XXX

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{1, 4\}$$

۱۳

$$(f+g)(x) = \{(1, 9), (4, 8)\} \quad \checkmark$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(x) = \{(1, 2)\} \quad \checkmark$$

چون  $f(4)=0$  است، در دامنه نیست...





## سایت بکخون همیشه رایگان

فیلم آموزشی



گام به گام



مشاوره



نمونه سوال



برنامه ریزی



جزوه



کلیک کنید

[www.bekhun.com](http://www.bekhun.com)

