

ریاضی

۱۱



نمونہ سوالات تشریحی فصل ۵ (تجربی)

 bekhunofficial

نمونه سوال (تاریخ)

۱ حاصل عبارت $\log_5^{18} - \log_5^3 + \log_5^{15}$ را بیابید.

۲ حاصل عبارت زیر را بیابید.

الف) $\log_8^{2\sqrt{2}}$

ب) $\log_{\frac{2}{14}}^{725}$

ج) $\log_{25}^{0.08}$

د) $\log \frac{1}{4} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{99}{100}$

ه) $\frac{2}{2 + \log_a b} + \frac{1}{1 + \log_a b^2}$

۳ اگر $\log_2^2 = a$ باشد حاصل \log_{18}^{24} را بیابید.

۴ اگر $\log_5 = a$ باشد حاصل \log_{25}^{50} را بیابید.

۵ اگر $\log_2^{27} = 3^x$ حاصل \log_5^{50} را بیابید.

۶ اگر $\log_5^{25} = a$ حاصل \log_5^8 را بیابید.

۷ حاصل $[\log_2^{300}]$ برابر چه عددی است؟

۸ حاصل $[\log_2^{41}] + [\log_2^{0.3}]$ را بیابید؟

۹ اگر $\log_2^9 = 3,7184$ باشد T شاه عدد a^k چند رقمی است.

۱۰ حاصل $4^{1 + \log_2^3}$ را بیابید.

۱۱ حاصل $\log_x (-0.1)^{-1}$ را بیابید.

۱۲ معادلات را حل کنید.

الف) $\log_2^{x-3} + \log_2^{x+1} = 5$

ج) $\log_2^{x-4} + \log_2^{x-2} = 3$

ب) $\log_3^{x^2 - x + 3} - \log_3^{2x - 1} = 1$

د) $\log_3^{\sqrt{3}} + \log_3^3 = \log_9^x$

۱۳ مجموع ریشه های معادله های زیر را بیابید .

$$2 \log_2(x+1) + \log_2 x = 3 \Rightarrow \log_2 x + \log_2 x^2 = 3$$

۱۴ حاصل ضرب ریشه های معادله $\log_3 x - 3 = \log_3 \frac{x}{9}$ را بیابید .

۱۵ اگر $\log_x \sqrt{x} = -\frac{1}{y}$ باشد آنگاه $\log_2 \left(k + \frac{1}{x}\right)$ را بیابید .

۱۶ اگر $\log_2 \frac{y}{x} + \log_2(x+1) = 1$ باشد $\log_2 x$ را بیابید .

۱۷ اگر $\log_2(5x+1) + \log_2 x = 2$ باشد x را بیابید .

۱۸ اگر $\log_3(x^2-x+1) + \log_3(x+1) = 1$ باشد $\log_3 x$ را بیابید .

۱۹ گاریتم عددی از گاریتم عکس جذور آن عدد ۹ در پایه ۹ به اندازی ۵/۴ واحد بیشتر است. آن عدد را بیابید .

۲۰ اگر $\log_a 2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{\log_4 a}$ باشد a را بیابید .

۲۱ ریشه های معادله $2^{\log_2 x} = 425$ را بیابید .

عابدی

(حل مسائل عددی) (عابدی)

$$\log_a \frac{15 \times 3}{18} = \log_a 25 = 2 \quad (1)$$

$$\text{الف) } \log_a \sqrt[3]{2} = \log_a 2^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_a 2 = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\text{ب) } \log_a \sqrt[3]{\frac{1}{25}} = \log_a \frac{1}{25^{\frac{1}{3}}} = \log_a 25^{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{3} \log_a 25 = -\frac{2}{3}$$

$$\text{ج) } \log_a \frac{1}{1000} = \log_a \frac{1}{10^3} = \log_a 10^{-3} = -3 \log_a 10 = -\frac{3}{2}$$

$$\text{د) } = \log_a \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \dots \times \frac{99}{100} = \log_a \frac{1}{100} = \log_a 10^{-2} = -2$$

$$\text{ه) } \frac{2}{2 + \log_a b} + \frac{1}{1 + \frac{2}{\log_a b}} = \frac{2}{2 + \log_a b} + \frac{1}{\frac{\log_a b + 2}{\log_a b}} =$$

$$= \frac{2}{2 + \log_a b} + \frac{\log_a b}{2 + \log_a b} = \frac{2 + \log_a b}{2 + \log_a b} = 1$$

$$\log_a b^2 = 2 \log_a b = \frac{2}{\log_a a}$$

$$\begin{aligned} \log_{18} 24 &= \frac{\log_3 24}{\log_3 18} = \frac{\log_3 3 \times 8}{\log_3 2 \times 9} = \frac{\log_3 3 + \log_3 8}{\log_3 2 + \log_3 9} \\ &= \frac{1 + 3\log_3 2}{\log_3 2 + 2} = \frac{1 + 3a}{a + 2} \end{aligned} \quad (3)$$

نوٹ:-
 $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$

$$\begin{aligned} \log_{2a} a &= \frac{\log a}{\log 2a} = \frac{\log a \times 1}{\log a^2} = \frac{\log a + \log 1}{2 \log a} \\ &= \frac{a + 1}{2a} \end{aligned} \quad (4)$$

نوٹ:-
 $\log a = 1 - \log 2 = 1/2$

$$\log a^2 = \log a \times 2 = \log a + \log a = 1/2 + 1 = 1, 1/2$$

$$\log 8 = \log 2^3 = 3 \log 2 = 3 \left(1 - \frac{a}{2} \right) \quad (5)$$

نوٹ:-
 $\log 2a = a \rightarrow 2 \log a = a \rightarrow \log a = \frac{a}{2}$
 $\log 2 = 1 - \frac{a}{2}$

چون $2 = 2 \times 2$ ، $2 = 2 \times 2$ سے $8 < \log_2 300 < 9$ (۷)

$\rightarrow [\log_2 300] = 8$

(۸)

$1/10 < 1/100 < 1/1000 \rightarrow 10^{-1} < 10^{-2} < 10^{-3} \Rightarrow -3 < \log_{10} 1/1000 < -2$

$\Rightarrow [\log_{10} 1/1000] = -3$

$10 < 100 < 1000 \rightarrow 10^1 < 10^2 < 10^3 \rightarrow 1 < \log_{10} 100 < 2 \rightarrow [\log_{10} 100] = 1$

$\Rightarrow [\log_{10} 1/1000] + [\log_{10} 100] = -3 + 1 = -2$

$\log_2 a^4 = 4 \log_2 a = 15, 136$ (۹)

$10 < \log_2 a^4 < 14 \rightarrow 10^{15} < a^4 < 10^{14} \rightarrow$ ا کے عدد ۱۶ اور ۱۷ سے

$10^{15} < a^4 < 10^{14} \rightarrow 10^{15/4} < a < 10^{14/4} \rightarrow 10^{3.75} < a < 10^{3.5} \rightarrow 10^{3.75} < a < 10^{3.5}$ (۱۰)

نتیجہ: $a^{\log_b c} = b^{\log_a c}$

$$\begin{aligned} \log_{\left(\frac{1}{x}\right)} \left(\frac{1}{x}\right)^{1-\log x} &= \frac{\log \left(\frac{1}{x}\right)}{\log_{\left(\frac{1}{x}\right)} \log x} = \frac{1}{\log x \log \left(\frac{1}{x}\right)} = \frac{1}{\log x \log x^{-1}} \quad (11) \\ &= \frac{1}{\log x \cdot (-\log x)} = \frac{x^2}{100} \end{aligned}$$

$$\text{ii) } \log_p (x-3)(x+1) = 2 \rightarrow (x-3)(x+1) = p^2 \quad (12)$$

$$x^2 - 2x - 3 = p^2 \rightarrow x^2 - 2x - 3 - p^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases} \text{ O.G.E.}$$

$$\text{iii) } \log_p \frac{x^2 - x + 3}{2x - 1} = 1 \rightarrow \frac{x^2 - x + 3}{2x - 1} = p$$

$$x^2 - x + 3 = 2px - p \rightarrow x^2 - (2p+1)x + 3+p = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{iv) } \log_p (x-2)(x-4) = 3 \rightarrow x^2 - 6x + 8 = p^3$$

$$\rightarrow x^2 - 6x + 8 - p^3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ O.G.E.} \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\text{v) } \log_{\frac{1}{p}} p^{\frac{1}{p}} + \log_{\frac{1}{p}} p^2 = \log_{\frac{1}{p}} x \rightarrow \frac{1}{p} + 2 = \log_{\frac{1}{p}} x \rightarrow \log_{\frac{1}{p}} x = \frac{2+p}{p}$$

$$\frac{2+p}{p} = \log_{\frac{1}{p}} x \rightarrow x = \left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{2+p}{p}} \rightarrow x = p^{-\frac{2+p}{p}}$$

اف) $\log_2(x+1)^2 + \log_2^2 x = 3 \rightarrow \log_2(x+1)^2(x) = 3$ (۱۳)

$(x^2+2x+1)(2x) = 8 \rightarrow 2x^3 + 4x^2 + 2x = 8 \rightarrow x^3 + 2x^2 + x - 4 = 0$

برای حل این معادله درجه ۳ کین از اعداد $\pm 1, \pm 2, \dots$ با احتمال کم کنیم

$x=1 \rightarrow 1+2+1-4=0 \rightarrow x=1$ ریشه معادله

برای پیدا کردن ریشه های دیگر عبارت را بر $x-1$ تقسیم می کنیم:

$$\begin{array}{r} x^3 + 2x^2 + x - 4 \quad | \quad x-1 \\ \hline x^2 + 3x + 4 \end{array} \rightarrow x^2 + 3x + 4 = 0 \rightarrow \Delta < 0$$

بین نتایج معادله $x=1$ است. و مجموع ریشه ها برابر با ۱ است.

ب) $\log_2 x + \log_2^2 = 3 \rightarrow \log_2 x + \frac{1}{\log_2 x} = 3 \rightarrow \log_2 x + \frac{1}{\frac{1}{2} \log_2 x} = 3$

$\log_2 x + \frac{2}{\log_2 x} = 3$

$\log_2^2 = \frac{1}{\log_2 x}$

فرض $\log_2 x = a \rightarrow a + \frac{2}{a} = 3$

$a^2 + 2 = 3a \rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a=1 \rightarrow \log_2 x = 1 \rightarrow x=2 \\ a=2 \rightarrow \log_2 x = 2 \rightarrow x=4 \end{cases} \rightarrow (2+4=6)$

$$\log_{\frac{x}{9}} \log_{\frac{x}{9}} - 3 = 0 \rightarrow (\log_{\frac{x}{9}} - \log_{\frac{x}{9}}) \log_{\frac{x}{9}} - 3 = 0 \quad (14)$$

$$\left(\log_{\frac{x}{9}} - 2\right) \log_{\frac{x}{9}} - 3 = 0 \quad \text{فرض } \log_{\frac{x}{9}} = a$$

$$(a-2)a - 3 = 0 \rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = -1 \rightarrow \log_{\frac{x}{9}} = -1 \rightarrow x_1 = \frac{1}{9} \\ a = 3 \rightarrow \log_{\frac{x}{9}} = 3 \rightarrow x_2 = 27 \end{cases}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{9} \times 27 = 3$$

$$\log_x \sqrt{x} = -\frac{1}{2} \rightarrow x^{-\frac{1}{2}} = \sqrt{x} \rightarrow x^{-\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

$$\rightarrow x^{-1} = x \rightarrow \frac{1}{x} = x$$

$$\log_x \left(1 + \frac{1}{x}\right) = \log_x (1+x) = \log_x x = 1$$

$$\log_x \frac{x}{x} (x+1) = 1 \rightarrow \frac{x(x+1)}{x} = x \rightarrow x+1 = x \quad (16)$$

$$1 \cdot x = x \rightarrow x = \frac{1}{x} \quad \log_x x = \log_x \frac{1}{x} = \log_x x^{-1} = -\frac{1}{x}$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)x = 2 \rightarrow (2x+1)x = 2^2 \rightarrow 2x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{2}{2} \end{cases} \quad (17)$$

$$\log(x^2 - x + 1)(x + 1) = 1 \rightarrow x^2 + 1 = 10^1 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \sqrt{9} \quad (18)$$

$$\log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{9} = \log_{\frac{1}{2}} 3^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$$

$$a^2 + b^2 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \quad \text{!}$$

$$\log_a x = \log_a \left(\frac{1}{x^2}\right) + \frac{9}{2} \rightarrow \log_a x - \log_a x^{-2} = \frac{9}{2} \quad (19)$$

$$\log_a x - (-2) \log_a x = \frac{9}{2} \rightarrow 3 \log_a x = \frac{9}{2}$$

$$\log_a x = \frac{3}{2} \rightarrow x = a^{\frac{3}{2}} \rightarrow 3^{\frac{3}{2}} = 27$$

$$\log_a 2 = \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} a} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \rightarrow \log_a 2 = \log_a 2 - \frac{1}{2} \quad (20)$$

$$\rightarrow \log_a 2 = \log_a 2^2 - \frac{1}{2} \rightarrow \log_a 2 = 2 \log_a 2 - \frac{1}{2} \rightarrow \log_a 2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = 2 \quad \text{بجای } a = 2^2 = 4$$

② $x^{\log_a x} = 42a \rightarrow x^{\log_a x} = a^4 \rightarrow$ نُاسَم طَبَق رَا مَوْرِدِمْ

$$\log_a x^{\log_a x} = \log_a a^4 \rightarrow (\log_a x)(\log_a x) = 4$$

$$\log_a x = 2 \rightarrow x = a^2 = 4a$$

$$\log_a x = -2 \rightarrow x = a^{-2} = \frac{1}{4a}$$





سایت بکخون همیشه رایگان

فیلم آموزشی



مشاوره



برنامه ریزی



گام به گام



نمونه سوال



جزوه



کلیک کنید

www.bekhun.com

