نمونه سوالات تشریحی
فصل ۵ (تجربی)

bekhunofficial

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: جمعبندی تشریحی توابع نمایی و لگاریتمی یازدهم تجربی

۱ نمودارهای دو تابع $f(x)=۲^{ax+b}$ و $g(x)=(\frac{۱}{۴})^{x}$ در نقطه‌ای به طول $x=-۱$ متقاطع هستند، اگر $f(۲)=\frac{۱}{۸}$ باشد، ضابطه‌ی $f(x)$ را بیابید.

۲ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\log_{۲}^{۲}+\log_{x}^{۲}=\frac{۱۷}{۴}$

ب) $۲۵^{\log x}=۵+۴\times ۵^{\log x}$

۳ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\log_{۲}^{۲}\times\log_{۴}^{۲}\times\log_{۸}^{۲}\times\log_{۱۶}^{۲}=\frac{۲}{۳}$

ب) $\frac{۱}{۱-۴\log x}+\frac{۴}{۲+\log x}=۳$

۴ نامعادله‌ی زیر را حل کنید.

$\log_{۳}(\frac{x+۱}{x-۱})\geq -۱$

۵ دستگاه مقابل را حل کنید.

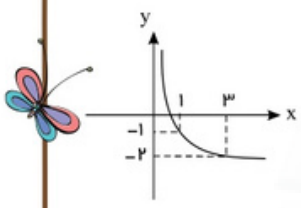
$$\begin{cases}(\sqrt{۳})^{x-۱}=۹^{y+۱}\\ \log(x+۱)-\log y=۱\end{cases}$$

۶ اگر $f(x)=۱-۳^{-x}$ باشد، دامنه‌ی تابع‌های زیر را بیابید.

الف) $y=\sqrt{f(x)}$

ب) $y=\sqrt{xf(x)}$

۷ اگر نمودار تابع $y=a+\log_{b}^{x}$ بصورت مقابل باشد، ضابطه‌ی تابع را بیابید.



۸ دامنه‌ی توابع زیر را بیابید.

الف) $f(x)=\log_{۴}(\frac{۲-x}{x^{۲}-۱۶})$

ب) $f(x)=\log_{(x-۲)}(۱۰۰-x^{۲})$

۹ حاصل عبارت زیر را بیابید.

$A=\log_{\sqrt{۱۲۵}}۲۵\sqrt{۵}-\log_{\sqrt{۳}}\frac{۱}{۲۷}$

۱۰ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\log(x^{۲}+۳x-۴)=\log(۵x-۱)$

ب) $\log_{۲}(x+۳)+۲\log_{۲}^{۳}=\log_{۲}(x+۴)+\log_{۲}^{۸}$

۱۱ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\log_{۱۶}^{۲}+\log_{۴}^{۲}+\log_{۲}^{۲}=۷$

ب) $\log_{۴}(\log_{۳}(\log_{۲}x))=۰$

۱۲ معادله‌ی زیر را حل کنید.

$۹^{x}-۷\times ۳^{x}=۱۸$

۱۳ دامنه‌ی تابع زیر را بیابید.

$f(x)=\sqrt{\log(\frac{۵x-x^{۲}}{۴})}$

علیرضا فیضیان

۱۴ اگر $\log_{۱۶} ۲\sqrt{۲} = x$ باشد، حاصل $\log_{۸}(x - \frac{۱}{۸})$ را بیابید.

۱۵ مقدار انرژی آزاد شده در یک زلزله‌ی ۷٫۲ ریشتری چند ارگ است؟

۱۶ اگر $۴a^۲ + ۹b^۲ = ۱۳ab$، ثابت کنید:

$$\log(\frac{۲a + ۳b}{۵}) = \frac{۱}{۲}(\log a + \log b)$$

۱۷ حاصل عبارت زیر را بیابید. ([ ] جزء صحیح است)

$$A = [\log_{۳} ۱۰۰] - ۲[\log ۰٫۰۴]$$

۱۸ دستگاه مقابل را حل کنید.

$$\begin{cases} \log x + \log y = ۱ \\ x^۲ + y^۲ = ۲۹ \end{cases}$$

۱۹ اگر $x = -۱$ باشد، آن‌گاه لگاریتم $x\sqrt{x}$ در پایه‌ی $\log_{۳}\sqrt{x} + \log_{\frac{۱}{۳}}$ را بیابید.

۲۰ تابع معکوس تابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$f(x) = \frac{۳^x - ۱}{۳^x + ۲}$$

۲۱ تابع معکوس تابع زیر را در صورت وجود بیابید.

$$f(x) = \log_{۲}(\frac{x - ۱}{x + ۳})$$

۲۲ اگر $\log_{۱۲}^{۲۷} = a$ باشد، $\log_{۶}^{۱۶}$ را برحسب a بیابید.

پاسخنامه تشریحی

۱

$x=-۱ \to g(-۱)=(\frac{۱}{۴})^{-۱}=۴ \to$ نقطه‌ی برخورد $(-۱,۴)$

$(-۱,۴) \to f(x)=۲^{ax+b} \Rightarrow f(-۱)=۴ \to ۲^{-a+b}=۴=۲^{۲} \Rightarrow -a+b=۲$

$f(۲)=\frac{۱}{۸} \to ۲^{۲a+b}=۲^{-۳} \to ۲a+b=-۳$

$$\begin{cases} -a+b=۲ \\ ۲a+b=-۳ \end{cases} \xrightarrow{\times(-۱)} \begin{cases} a-b=-۲ \\ ۲a+b=-۳ \end{cases} \Rightarrow ۳a=-۵ \to \boxed{a=-\frac{۵}{۳}}$$

$b=a+۲=-\frac{۵}{۳}+۲=\frac{۱}{۳} \quad \boxed{b=\frac{۱}{۳}} \quad \to f(x)=۲^{-\frac{۵}{۳}x+\frac{۱}{۳}}$

۲

الف) $(۵^{۲})^{\log x}=۵+۴\times ۵^{\log x} \Rightarrow (۵^{\log x})^{۲}-۴\times ۵^{\log x}-۵=۰$

با فرض $۵^{\log x}=t$ داریم:

$t^{۲}-۴t-۵=۰ \to (t-۵)(t+۱)=۰ \to t=-۱\,,\, t=۵$

$t=-۱ \to ۵^{\log x}=-۱$ غ ق ق، $t=۵ \to ۵^{\log x}=۵ \to \log x=۱ \to \boxed{x=۱۰}$ جواب

ب) $\log_{۲}^{x}+\frac{۱}{\log_{۲}^{x}}=\frac{۱۷}{۴} \Rightarrow \log_{۲}^{x}=a \to a+\frac{۱}{a}=\frac{۱۷}{۴} \xrightarrow{\times ۴a}$

$۴a^{۲}+۴=۱۷a \to ۴a^{۲}-۱۷a+۴=۰ \to \Delta=۲۸۹-۶۴=۲۲۵$

$a=\frac{۱۷\pm ۱۵}{۸} \Rightarrow a=\frac{۱}{۴}\,,\, a=۴ \Rightarrow \log_{۲}^{x}=\frac{۱}{۴} \to x=۲^{\frac{۱}{۴}}=\sqrt[۴]{۲}$ جواب

$\log_{۲}^{x}=۴ \to x=۲^{۴}=۱۶$ جواب

۳

$\log_{b^m}^{a^n}=\frac{n}{m}\log_{b}^{a}$

الف) $\log_{۲}^{x}\times\log_{۲^{۲}}^{x}\times\log_{۲^{۳}}^{x}\times\log_{۲^{۴}}^{x}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow \log_{۲}^{x}\times\frac{۱}{۲}\log_{۲}^{x}\times\frac{۱}{۳}\log_{۲}^{x}\times\frac{۱}{۴}\log_{۲}^{x}=\frac{۲}{۳}$

$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۴}(\log_{۲}^{x})^{۴}=\frac{۲}{۳} \Rightarrow (\log_{۲}^{x})^{۴}=\frac{۲}{۳}\times ۲۴=۱۶=۲^{۴}$

$\log_{۲}^{x}=۲ \to x=۲^{۲}=۴$ جواب

$\log_{۲}^{x}=\pm ۲$

$\log_{۲}^{x}=-۲ \to x=۲^{-۲}=\frac{۱}{۴}$ جواب

ب) $\log x=t \to \frac{۱}{۱-۴t}+\frac{۴}{۲+t}=۳ \Rightarrow \frac{۲+t+۴-۱۶t}{(۱-۴t)(۲+t)}=۳$

$۳(۲+t-۸t-۴t^{۲})=۶-۱۵t \Rightarrow ۶+۳t-۲۴t-۱۲t^{۲}=۶-۱۵t$

$۱۲t^{۲}+۶t=۰ \Rightarrow t=۰\,,\, t=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow \log x=۰ \to \boxed{x=۱}$ جواب $,\ \log x=-\frac{۱}{۲}$

$\Rightarrow x=۱۰^{-\frac{۱}{۲}} \to \boxed{x=\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}}$ جواب

bekhunofficial

۴

$$\log_b^a \geq \log_b^c \Rightarrow \begin{cases} b > ۱ & a \geq c \\ ۰ < b < ۱ & a \leq c \end{cases}$$

$$\log_۳\left(\frac{x+۱}{x-۱}\right) \geq \log_۳ ۳^{-۱} \Rightarrow \frac{x+۱}{x-۱} \geq \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{x+۱}{x-۱} - \frac{۱}{۳} \geq ۰$$

$$\frac{۳x+۳-x+۱}{۳(x-۱)} \geq ۰ \rightarrow \frac{۲x+۴}{۳(x-۱)} \geq ۰ \Rightarrow$$

x	-۲		۱	
	+	۰	−	ت ن
	ت ق	ت ق		ت ق

$x \leq -۲$ یا $x > ۱$ (۱)

شرط لگاریتم: $\frac{x+۱}{x-۱} > ۰ \Rightarrow$

x	-۱		۱	
	+	۰	−	ت ن
	ت ق	ت ق		ت ق

$x < -۱$ یا $x > ۱$ (۲)

(۱) ∩ (۲) $x \leq -۲$ یا $x > ۱ \Rightarrow$ جواب $= (-\infty, -۲] \cup (۱, +\infty)$

۵

$$\log_b^{\left(\frac{a}{c}\right)} = \log_b^a - \log_b^c$$

$$\left(۳^{\frac{۱}{۲}}\right)^{x-۱} = \left(۳^۲\right)^{y+۱} \Rightarrow ۳^{\frac{x-۱}{۲}} = ۳^{۲y+۲} \Rightarrow \frac{x-۱}{۲} = ۲y+۲$$

$$\Rightarrow x-۱ = ۴y+۴ \rightarrow x = ۴y+۵ \quad (۱)$$

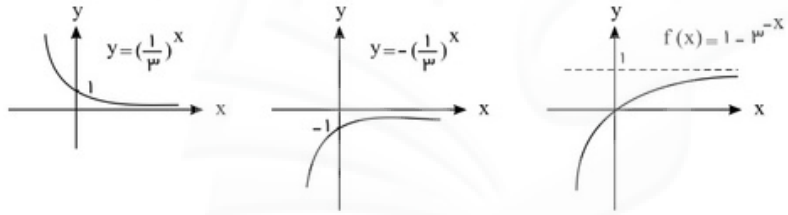
$$\log(x+۱) - \log y = ۱ \Rightarrow \log\left(\frac{x+۱}{y}\right) = ۱ \Rightarrow \frac{x+۱}{y} = ۱۰ \xrightarrow{(۱)} \frac{۴y+۵+۱}{y} = ۱۰$$

$$\Rightarrow ۱۰y = ۴y+۶ \rightarrow y = ۱ \xrightarrow{(۱)} x = ۹$$

۶

ابتدا نمودار تابع $f(x) = ۱ - ۳^{-x}$ را رسم می‌کنیم.

$f(x) = ۱ - ۳^{-x} = ۱ - \left(\frac{۱}{۳}\right)^x$



الف) $y = \sqrt{f(x)} \rightarrow f(x) \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۰ \rightarrow D_y = [۰, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{xf(x)} \Rightarrow xf(x) \geq ۰ \Rightarrow \underbrace{\begin{cases} x \geq ۰ \\ f(x) \geq ۰ \end{cases}}_{\downarrow}$ یا $\underbrace{\begin{cases} x \leq ۰ \\ f(x) \leq ۰ \end{cases}}_{\downarrow}$

$x \geq ۰$ یا $x \leq ۰ \Rightarrow x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$ دامنه $= \mathbb{R}$

۷

$$(۱, -۱) \rightarrow y = a + \log_b^x \Rightarrow -۱ = a + \log_b^۱ \Rightarrow -۱ = a + ۰ \rightarrow \boxed{a = -۱}$$

$$(۳, -۲) \rightarrow y = -۱ + \log_b^x \Rightarrow -۲ = -۱ + \log_b^۳ \Rightarrow \log_b^۳ = -۱ \Rightarrow b^{-۱} = ۳$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{b} = ۳ \rightarrow b = \frac{۱}{۳} \rightarrow y = -۱ + \log_{\frac{۱}{۳}}^x$$

۸

الف) $f(x) = \log_۴\left(\frac{۲-x}{x^۲-۱۶}\right) \rightarrow \frac{۲-x}{x^۲-۱۶} > ۰ \Rightarrow x = ۲, ۴, -۴$ ریشه‌ها

x	$-\infty$	-۴	۲	۴	$+\infty$
$۲-x$	$+$	$+$	$\bullet$	$-$	$-$
$x^۲-۱۶$	$+$	$\bullet$	$-$	$\bullet$	$+$
$\frac{۲-x}{x^۲-۱۶}$	$\oplus$ ج	ب ج	$-$	$\oplus$ ج	ب ج $-$

$D_f = (-\infty, -۴) \cup (۲, ۴)$

ب) $f(x) = \log_{(x-۲)}(۱۰۰ - x^۲) \Rightarrow ۱۰۰ - x^۲ > ۰ \rightarrow x^۲ < ۱۰۰ \rightarrow |x| < ۱۰$

$\Rightarrow \boxed{-۱۰ < x < ۱۰}$ (۱) $\quad x - ۲ > ۰ \Rightarrow \boxed{x > ۲}$ (۲) $\quad x - ۲ \neq ۱ \rightarrow x \neq ۳$ (۳)

(۱) ∩ (۲) ∩ (۳) $\Rightarrow ۲ < x < ۱۰,\ x \neq ۳ \rightarrow D_f = (۲, ۱۰) - \{۳\}$

۹

$$\log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a$$

$$A = \log_{\sqrt[۳]{۵^۳}}^{۵^۲ \times ۵^{\frac{۱}{۲}}} - \log_{۳^{\frac{۱}{۲}}}^{۳^{-۳}} = \log_{۵^{\frac{۳}{۴}}}^{۵^{\frac{۵}{۲}}} - (-۳) \times \frac{۱}{\frac{۱}{۲}}\log_۳^۳$$

$$= \frac{۵}{۲} \times \frac{۴}{۳}\log_۵^۵ + ۶ = \frac{۱۰}{۳} + ۶ = \frac{۲۸}{۳}$$

۱۰

$$\log_b^{(ac)} = \log_b^a + \log_b^c \ ,\ \log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a$$

الف) $\log(x^۲ + ۳x - ۴) = \log(۵x - ۱) \rightarrow x^۲ + ۳x - ۴ = ۵x - ۱$

$\Rightarrow x^۲ - ۲x - ۳ = ۰ \rightarrow (x+۱)(x-۳) = ۰ \rightarrow x = -۱, x = ۳$

$x = -۱ \Rightarrow \log(-۶) = \log(-۶) \rightarrow$ غیر قابل قبول

$x = ۳ \Rightarrow \log ۱۴ = \log ۱۴ \rightarrow$ قابل قبول $\rightarrow \boxed{x = ۳}$ جواب

ب) $\log_۲(x+۳) + \log_{۲^۳}^{۳^۳} = \log_۲ ۸(x+۴) \Rightarrow \log_۲ ۹(x+۳) = \log_۲ ۸(x+۴)$

$\Rightarrow ۹x + ۲۷ = ۸x + ۳۲ \rightarrow log_۲^{۷۲} \rightarrow$ قابل قبول $\Rightarrow \boxed{x = ۵}$ جواب

۱۱

$$\log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a$$

الف) $\log_{۲^۲}^x + \log_{۲^۴}^x + \log_۲^x = ۷ \Rightarrow \frac{۱}{۴}\log_۲^x + \frac{۱}{۲}\log_۲^x + \log_۲^x = ۷$

$= (\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲} + ۱)\log_۲^x = ۷ \Rightarrow \frac{۷}{۴}\log_۲^x = ۷ \Rightarrow \log_۲^x = ۴$

$\Rightarrow x = ۲^۴ = ۱۶$ جواب

ب) $\log_۲(\log_۲(\log_۲^x)) = ۰ \Rightarrow \log_۲(\log_۲^x) = ۲^۰ = ۱ \Rightarrow \log_۲^x = ۳$

$\Rightarrow x = ۲^۳ = ۸$ جواب

۱۲

$۹^x - ۷ \times ۳^x - ۱۸ = ۰ \rightarrow (۳^x)^۲ - ۷ \times ۳^x - ۱۸ = ۰$

با فرض $۳^x = t$ داریم:

$t^۲ - ۷t - ۱۸ = ۰ \Rightarrow (t-۹)(t+۲) = ۰ \rightarrow t = ۹, t = -۲$

$۳^x = -۲$ غ ق ق , $۳^x = ۹ = ۳^۲ \rightarrow \boxed{x = ۲}$

۱۳

$$\log_b^a \geq \log_b^c \Rightarrow \begin{cases} b > ۱ & a \geq c \\ ۰ < b < ۱ & a \leq c \end{cases}$$

$f(x) = \sqrt{\log(\frac{۵x - x^۲}{۴})}$ شرط لگاریتم : $\frac{۵x - x^۲}{۴} > ۰ \Rightarrow ۵x - x^۲ > ۰ \rightarrow x(۵ - x) > ۰$

x	$\circ$		۵	
$x(۵-x)$	$-$	$\oplus$	$\circ$	$-$

$\rightarrow \circ < x < ۵ \quad (۱)$

شرط رادیکال : $\log(\frac{۵x-x^۲}{۴}) \geq \circ \Rightarrow \log(\frac{۵x-x^۲}{۴}) \geq \log ۱ \xrightarrow{۱\circ>۱} \frac{۵x-x^۲}{۴} \geq ۱$

$\Rightarrow ۵x - x^۲ \geq ۴ \Rightarrow x^۲ - ۵x + ۴ \leq \circ \Rightarrow (x-۱)(x-۴) \leq \circ$

x		۱		۴	
$x^۲-۵x+۴$	$+$	$\circ$	$-$	$\circ$	$+$

$\Rightarrow ۱ \leq x \leq ۴ \quad (۲) \quad \Rightarrow (۱) \cap (۲) \Rightarrow ۱ \leq x \leq ۴$

$\Rightarrow D_f = [۱, ۴]$

۱۴

$$\log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a$$

$$\log_{۱۶}۲\sqrt{۲} = \log_{۲^۴}۲ \times ۲^{\frac{۱}{۲}} = \log_{۲^۴}۲^{\frac{۳}{۲}} = \frac{۳}{۲} \times \frac{۱}{۴}\log_۲^۲ = \frac{۳}{۸} = x$$

$$\log_۸(x - \frac{۱}{۸}) = \log_۸(\frac{۳}{۸} - \frac{۱}{۸}) = \log_۸\frac{۱}{۴} = \log_{۲^۳}۲^{-۲} = -۲ \times \frac{۱}{۳}\log_۲^۲ = -\frac{۲}{۳}$$

۱۵

$$\log E = ۱۱/۸ + ۱/۵M = ۱۱/۸ + ۱/۵ \times ۷/۲ = ۲۲/۶$$

$E = ۱۰^{۲۲/۶}$ ارگ

۱۶

$$\log_b^{(ac)} = \log_b^a + \log_b^c \ , \ \log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a$$

$$۴a^۲ + ۹b^۲ = ۱۳ab \xrightarrow{+۱۲ab} ۴a^۲ + ۹b^۲ + ۱۲ab = ۱۳ab + ۱۲ab$$

$$\Rightarrow (۲a+۳b)^۲ = ۲۵ab \Rightarrow \frac{(۲a+۳b)^۲}{۲۵} = ab$$

$$\Rightarrow (\frac{۲a+۳b}{۵})^۲ = ab \rightarrow \log(\frac{۲a+۳b}{۵})^۲ = \log(ab)$$

$$\Rightarrow ۲\log(\frac{۲a+۳b}{۵}) = \log a + \log b \Rightarrow \log(\frac{۲a+۳b}{۵}) = \frac{۱}{۲}(\log a + \log b)$$

۱۷

$$\log_b^a \geq \log_b^c \Rightarrow \begin{cases} b>۱ & a \geq c \\ \circ < b < ۱ & a \leq c \end{cases}$$

$$۳^۴ < ۱۰۰ < ۳^۵ \Rightarrow \log_۳ ۳^۴ < \log_۳ ۱۰۰ < \log_۳ ۳^۵ \rightarrow ۴ < \log_۳ ۱۰۰ < ۵$$

$$\Rightarrow [\log_۳ ۱۰۰] = ۴$$

$$۰/۰۱ < ۰/۰۴ < ۰/۱ \Rightarrow ۱۰^{-۲} < ۰/۰۴ < ۱۰^{-۱} \Rightarrow \log ۱۰^{-۲} < \log ۰/۰۴ < \log ۱۰^{-۱}$$

$$\Rightarrow -۲ < \log ۰/۰۴ < -۱ \Rightarrow [\log ۰/۰۴] = -۲$$

$$A = [\log_۳ ۱۰۰] - ۲[\log ۰/۰۴] = ۴ - ۲(-۲) = ۸$$

۱۸

$$\log_b^{(ac)} = \log_b^a + \log_b^c$$

$$\log x + \log y = ۱ \rightarrow \log(xy) = ۱ \Rightarrow xy = ۱۰ \Rightarrow \boxed{y = \frac{۱۰}{x}}$$

$$x^۲ + y^۲ = ۲۹ \Rightarrow x^۲ + \frac{۱۰۰}{x^۲} = ۲۹ \Rightarrow x^۴ + ۱۰۰ = ۲۹x^۲$$

$$\Rightarrow x^۴ - ۲۹x^۲ + ۱۰۰ = \circ \Rightarrow (x^۲-۴)(x^۲-۲۵) = \circ$$

$$x^۲ - ۴ = \circ \rightarrow x = \pm ۲ \xrightarrow{x>\circ} x = ۲ \rightarrow y = \frac{۱۰}{x} = \frac{۱۰}{۲} = ۵$$

$$x^۲ - ۲۵ = \circ \rightarrow x = \pm ۵ \xrightarrow{x>\circ} x = ۵ \rightarrow y = \frac{۱۰}{x} = \frac{۱۰}{۵} = ۲$$

۱۹

$$\log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a$$

$$\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{x} + \log_{2^{-1}} x = -1 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} - \log_{\frac{1}{2}} x = -1 \Rightarrow \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}^{x} - \log_{\frac{1}{2}}^{x} = -1$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}\log_{\frac{1}{2}}^{x} = -1 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{x} = 2 \rightarrow x = 3^2 = 9$$

$$\log_{81} x\sqrt{x} = \log_{81} 9\sqrt{9} = \log_{81} 9 \times 9^{\frac{1}{2}} = \log_{81} 9^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}\log_{81} 9 = \frac{3}{2}$$

۲۰

الف) $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{3^{x_1} - 1}{3^{x_1} + 2} = \frac{3^{x_2} - 1}{3^{x_2} + 2}$

$$\Rightarrow 3^{x_1+x_2} + 2 \times 3^{x_1} - 3^{x_2} - 2 = 3^{x_1+x_2} + 2 \times 3^{x_2} - 3^{x_1} - 2$$

$$\Rightarrow 3 \times 3^{x_1} = 3 \times 3^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow$$ تابع یک به یک است.

$$y = \frac{3^x - 1}{3^x + 2} \Rightarrow 3^x - 1 = y \times 3^x + 2y \Rightarrow 3^x - y \times 3^x = 2y + 1$$

$$(1 - y) \times 3^x = 2y + 1 \Rightarrow 3^x = \frac{2y + 1}{1 - y} \Rightarrow x = \log_3\left(\frac{2y + 1}{1 - y}\right)$$

$$y = f^{-1}(x) = \log_3\left(\frac{2x + 1}{1 - x}\right)$$

۲۱

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \log_2\left(\frac{x_1 - 1}{x_1 + 3}\right) = \log_2\left(\frac{x_2 - 1}{x_2 + 3}\right) \Rightarrow \frac{x_1 - 1}{x_1 + 3} = \frac{x_2 - 1}{x_2 + 3}$$

$$\Rightarrow \cancel{x_1 x_2} + 3x_1 - x_2 - 3 = \cancel{x_1 x_2} - x_1 + 3x_2 - 3 \Rightarrow 4x_1 = 4x_2$$

$$\Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow$$ تابع یک به یک است.

$$y = \log_2\left(\frac{x - 1}{x + 3}\right) \Rightarrow \frac{x - 1}{x + 3} = 2^y \Rightarrow \frac{x + 3 - 4}{x + 3} = 2^y$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{4}{x + 3} = 2^y \Rightarrow 1 - 2^y = \frac{4}{x + 3} \Rightarrow x + 3 = \frac{4}{1 - 2^y}$$

$$x = \frac{4}{1 - 2^y} - 3 = \frac{4 - 3 + 3 \times 2^y}{1 - 2^y} = \frac{1 + 3 \times 2^y}{1 - 2^y} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1 + 3 \times 2^x}{1 - 2^x}$$

۲۲

$$\log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m}\log_b^a \quad , \quad \log_b^{(ac)} = \log_b^a + \log_b^c \quad , \quad \log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b}$$

$$\log_{12}^{27} = a \Rightarrow \frac{\log 3^3}{\log(3 \times 2^2)} = a \Rightarrow \frac{3\log 3}{\log 3 + 2\log 2} = a$$

$$3\log 3 = a\log 3 + 2a\log 2 \Rightarrow (3 - a)\log 3 = 2a\log 2 \Rightarrow \log 3 = \left(\frac{2a}{3 - a}\right)\log 2$$

$$\log_6^{16} = \frac{\log 2^4}{\log 2 \times 3} = \frac{4\log 2}{\log 2 + \log 3} = \frac{4\log 2}{\log 2 + \left(\frac{2a}{3-a}\right)\log 2} = \frac{4\log 2}{\left(1 + \frac{2a}{3-a}\right)\log 2}$$

$$= \frac{4}{\frac{3 - a + 2a}{3 - a}} = \frac{4(3 - a)}{a + 3} = \frac{12 - 4a}{a + 3}$$

جمعبندی تشریحی توابع نمایی و لگاریتمی یازدهم تجربی

سایت بخـــون
همیشه رایگان

- گام به گام
- فیلم آموزشی
- نمونه سوال
- مشاوره
- جزوه
- برنامه‌ریزی

کلیک کنید

www.bekhun.com