

ریاضی

۱۱



نمونہ سوالات تشریحی فصل ۵ (تجربی)

 bekhunofficial



علی هاشمی

نام آزمون: تابع لگاریتمی

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- از معادله $\log_6^{x-1} = 1 - \log_6^{2x}$ مقدار $\log_{27}^{x^2-x}$ کدام است؟

۲- اگر $10^{0.25} + 9^{0.25} = A = \frac{(4)^{0.25}}{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}}$ باشد، حاصل $\log_A(\sqrt{2} - 1)$ کدام است؟

۳- اگر $a = \log_4^b$ ، آن گاه معادله $2^{x^2} = 3^{x-a}$ فقط یک جواب دارد. b کدام است؟

۴- حاصل ضرب ریشه‌های معادله $x^{1+\log x} = 10^6$ کدام است؟

۵- اگر $\log_a^3 = 1 - 2 \log_a^2$ ، آنگاه لگاریتم x در مبنای $\frac{\sqrt{a}}{3}$ کدام است؟

علی هاشمی



۶- با فرض $\log_p^1 = x$ ، حاصل \log_p^2 کدام است؟

۷- اگر $\log 25 = A$ ، حاصل $\log(1 + \sqrt{3}) + \frac{1}{2} \log(4 - 2\sqrt{3})$ کدام است؟

۸- اگر $\log \frac{2}{x} + \log(x+1) = 1$ باشد لگاریتم عدد x در پایه ۸ کدام است؟

۹- اگر لگاریتم a در پایه $\sqrt{3}$ برابر $\frac{4}{3}$ باشد آنگاه لگاریتم $(a^3 + 7)$ در پایه ۸ کدام است؟

۱۰- از تساوی $\log_x(x^2 + 4) = 1 + \log_x^2$ مقدار لگاریتم x در پایه ۲ کدام است؟

۱۱- اگر $4^a = 2\sqrt{2}$ باشد، لگاریتم $(4a + 1)$ در پایه ۴ کدام است؟

تابع لگاریتمی

علی هاشمی



۱۲- اگر $\log 2 = k$ باشد، حاصل $\log(6 - 2\sqrt{5}) + 2\log(1 + \sqrt{5})$ کدام است؟

۱۳- اگر $4\sqrt{2} = 4^x$ و $\log y = \log \sqrt{x+1} + 1$ باشد مقدار y کدام است؟

۱۴- اگر $\log 3 + \log \sqrt[4]{3} = \log(81)^k$ ، آنگاه لگاریتم $\frac{5}{k}$ در پایه ۲ کدام است؟

۱۵- از معادلات $2^x \times 8^y = 4$ و $\log x = \log 2 + \log y$ مقدار x کدام است؟

۱۶- اگر $\log_b a = \frac{3}{2}$ آنگاه $\log_{\sqrt{b}} ab^2$ کدام است؟



علی هاشمی



۱۷- از دو معادله $\log_7 x + \log_7 y = 2$ و $x^2 + y^2 = 46$ لگاریتم $(x + y)$ در پایه ۴ کدام است؟

۱۸- دامنه‌ی تعریف تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{1 - \log(x^2 - 3x)}$ کدام است؟

۱۹- اگر $9^a = 27\sqrt{3}$ و $\log \sqrt{b} - \log(2 - a) = 1$ مقدار b است؟

۲۰- حاصل جمع جواب‌های معادله‌ی $1 = \log_x^{2x} - \frac{1}{2} \log_8^{x^2}$ کدام است؟

۲۱- از معادله‌ی $\log_7(\log_7 \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt{x}}}) = -2$ مقدار x کدام است؟

۲۲- از معادله‌ی $\log 2 - \log 3 = \log(x + 3) + \log(2x - 1)$ مقدار $\log_8 x$ کدام است؟

تابع لگاریتمی

علی هاشمی



۲۳- اگر $\log_r \sqrt[5]{e^2} = A$ ، حاصل $\log_{\sqrt{e}}^{3^2}$ کدام است؟

۲۴- حاصل ضرب جواب‌های معادله $y = \log_8^x - 9 \log_8^x = 4$ کدام است؟

۲۵- نمودار تابع $y = \log(ax + b)$ ، محور x ها را در نقطه‌ای با طول 10^{-1} قطع می‌کند. اگر دامنه‌ی این تابع، بازه‌ی $(-\infty, -10)$ باشد، مقدار $\log \sqrt{ab}$ کدام است؟

۲۶- حاصل $[\log_p^{2+\sqrt{3}} - \log_p^{2-\sqrt{3}}]$ کدام است؟ (، [،]، نماد جزء صحیح است.)

۲۷- معادله‌ی $\log_9^{x^2-2x+1} + \log_3^{x+1} = 1$ چند ریشه دارد؟



علی هاشمی



۲۸- در تابع $f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $f(x) = (\log_{\frac{1}{2}} x)^x$ بیشترین مقدار تابع کدام است؟

۲۹- از معادله لگاریتمی $\log_2(x+2) - \log_2(x^2+1) = 1$ مقدار لگاریتم $(2x - 1)$ در پایه ۸، کدام است؟

۳۰- حاصل $(\frac{\sqrt{2}}{4})^{-2+\log_{\frac{1}{2}} 8}$ کدام است؟



تابع لگاریتمی



علی هاشمی



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

می دانیم: $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$, $\log_k^a = \frac{n}{m} \log_k^a$

$$\log_5^{x^{-1}} = 1 - \log_5^{xz} \rightarrow \log_5^{x^{-1}} = \log_5^z - \log_5^{xz} \rightarrow \log_5^{x^{-1}} = \log_5^{\frac{z}{xz}} \Rightarrow x - 1 = \frac{z}{z} \Rightarrow x^z - x = z$$

بنابراین:

$$\log_{x^z}^{x^z - x} = \log_{x^z}^z = \frac{1}{z}$$

۲ - گزینه ۳ می دانیم: $\log_k a^n = n \log_k a$

ابتدا عبارت A را خلاصه می کنیم.

$$\begin{aligned} A &= \frac{(z^z)^{\frac{1}{z}}}{1 + \sqrt{z} + \sqrt{z}} + (z^z)^{\frac{1}{z}} = \frac{z\sqrt{z}}{1 + \sqrt{z} + \sqrt{z}} + \sqrt{z} \\ &= \frac{z\sqrt{z}(1 + \sqrt{z} - \sqrt{z})}{(1 + \sqrt{z} + \sqrt{z})(1 + \sqrt{z} - \sqrt{z})} + \sqrt{z} = \frac{z\sqrt{z} + z - z\sqrt{z}}{(1 + \sqrt{z})^2 - (\sqrt{z})^2} + \sqrt{z} \\ &= \frac{z\sqrt{z} + z - z\sqrt{z}}{1 + 2\sqrt{z} + z - z} + \sqrt{z} = \frac{z\sqrt{z} + z - z\sqrt{z} + z\sqrt{z}}{1 + 2\sqrt{z} + z - z} \\ &= \frac{z(\sqrt{z} + z)}{z\sqrt{z}} = \frac{\sqrt{z} + z}{\sqrt{z}} = \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{z}} + \frac{z}{\sqrt{z}} = 1 + \sqrt{z} \end{aligned}$$

توجه کنید که $\sqrt{z} - 1 = \frac{1}{\sqrt{z} + 1}$ است. پس داریم:

$$\Rightarrow \log_A(\sqrt{z} - 1) = \log_{1 + \sqrt{z}} \frac{1}{\sqrt{z} + 1} = \log_{1 + \sqrt{z}} (\sqrt{z} + 1)^{-1} = -1$$

۳ - گزینه ۳

می دانیم: $\log_k^a = \frac{n}{m} \log_k^a$, $\log_k^a = \frac{1}{\log_a^k}$

از دو طرف در معنای ده لگاریتم می گیریم $\rightarrow \log_r^{x^z - a} = \log_r^{x^z}$

$$\rightarrow x - a = x^z \log_r^x \rightarrow (\log_r^x)^x - x + a = 0$$

چون گفته شده این معادله ی درجه ی دوم دارای یک ریشه است پس $\Delta = 0$ می باشد:

$$\Delta = 0 \rightarrow 1 - 4a \log_r^x = 0 \rightarrow 4a \log_r^x = 1$$

$$\rightarrow a \log_r^x = \frac{1}{4} \rightarrow a = \frac{1}{4} \frac{1}{\log_r^x} = \frac{1}{4} \log_r^r = \log_r^r = \frac{1}{4} \log_r^r = \log_r^{\sqrt{r}}$$

$$a = \log_r^b \rightarrow \log_r^{\sqrt{r}} = \log_r^b \rightarrow b = \sqrt{r}$$

۴ - گزینه ۲ می دانیم: $\log_b^N = x \rightarrow N = b^x$, $\log_k^a = \frac{1}{\log_a^k}$

$$x^{1 + \log x} = 10^6 \rightarrow 1 + \log x = \log_x^{10^6} \rightarrow 6 \log_x^{10} = 1 + \frac{1}{\log_x^{10}}$$

$$\xrightarrow{\log_x^{10} = A} 6A = 1 + \frac{1}{A} \xrightarrow{\times A} 6A^2 = A + 1 \rightarrow 6A^2 - A - 1 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 + 24 = 25, A_{1,2} = \frac{1 \pm 5}{12} = \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}$$



علی هاشمی



$$A = \frac{1}{r} \rightarrow \log_x^{1^*} = \frac{1}{r} \rightarrow x^{\frac{1}{r}} = 10 \rightarrow \sqrt[r]{x} = 10 \rightarrow x = 1000$$

$$A = -\frac{1}{r} \rightarrow \log_x^{1^*} = -\frac{1}{r} \rightarrow x^{-\frac{1}{r}} = 10 \xrightarrow{\text{به توان } (-r)} \rightarrow (x^{-\frac{1}{r}})^{-r} = 10^{-r} \Rightarrow x = \frac{1}{1000}$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = (1000) \left(\frac{1}{1000} \right) = 1$$

۵ - گزینه ۲

$$\log_k^{a^n} = n \log_k^a, \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \log_b^N = x \rightarrow N = b^x \text{ می‌دانیم:}$$

$$\log_a^x = 1 - 2 \log_a^x \Rightarrow \log_a^x + \log_a^1 = 1 \Rightarrow \log_a^{2x} = 1 \Rightarrow 2x = a \Rightarrow x = \frac{a}{2}$$

$$\log_{\frac{x}{r}}^{\frac{a}{r}} = \log_{\frac{\sqrt{a}}{r}}^{\frac{a}{r}} = \log_{\frac{\sqrt{a}}{r}}^{\left(\frac{\sqrt{a}}{r}\right)^2} = 2$$

۶ - گزینه ۱

$$\log_k^{a^n} = n \log_k^a, \log_k^a = \frac{1}{\log_a^k}, \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \text{ می‌دانیم:}$$

$$\log_r^a = x \Rightarrow 2 \log_r^x = x \Rightarrow \log_r^x = \frac{x}{2}$$

$$\log_r^x = \frac{1}{\log_x^r} = \frac{1}{\log_x^r + \log_x^r} = \frac{1}{1 + \frac{x}{2}} = \frac{1}{\frac{x+2}{2}} = \frac{2}{x+2}$$

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \log_k^{a^n} = n \log_k^a \text{ می‌دانیم:}$$

۷ - گزینه ۱ می‌دانیم: با کمی دقت، $4 - 2\sqrt{3}$ همان $(\sqrt{3} - 1)^2$ است، $3 - 2\sqrt{3} + 1 = 4 - 2\sqrt{3}$ پس داریم:

$$\log(1 + \sqrt{3}) + \frac{1}{2} \log(\sqrt{3} - 1)^2 = \log(1 + \sqrt{3}) + \log(\sqrt{3} - 1) = \log(1 + \sqrt{3})(\sqrt{3} - 1)$$

$$= \log(3 - 1) = \log 2 = \log \frac{10}{5} = 1 - \log 5$$

چون $\log 25 = A$ است، پس $\log 5 = \frac{A}{2}$ و پاسخ $1 - \frac{A}{2}$ خواهد بود.

$$(\log 25 = \log 5^2 = 2 \log 5 = A \rightarrow \log 5 = \frac{A}{2})$$

۸ - گزینه ۱

$$\log_{km}^{a^n} = \frac{n}{m} \log_k^a, \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \log_b^N = x \rightarrow N = b^x \text{ می‌دانیم:}$$

$$\log \frac{2}{x} + \log(x+1) = 1 \Rightarrow \log \frac{2x+2}{x} = 1 \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{2x+2}{x} = 10 \Rightarrow 10x = 2x+2 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$\log_x^x = \log_x^{\frac{1}{x}} = \log_{\frac{1}{x}}^{\frac{1}{x}} = -\frac{2}{3}$$

۹ - گزینه ۲

$$\log_b^N = x \rightarrow b^x = N, \log_k^{a^n} = n \log_k^a \text{ می‌دانیم:}$$

$$\log_{\sqrt{r}}^a = \frac{r}{r} \Rightarrow a = (\sqrt{r})^{\frac{r}{r}} \Rightarrow a = (r^{\frac{1}{2}})^{\frac{r}{r}} = r^{\frac{r}{2}} = r^{\frac{r}{2}}$$

$$\log_a^{(a^r+y)} = \log_a^{(r^{\frac{r}{2}})^{r+y}} = \log_a^{r^{r+y}} = \log_a^{1^r} = \log_{\frac{r}{r}}^{\frac{r}{r}} = \frac{r}{3}$$

۱۰ - گزینه ۴

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \log_k^{a^n} = n \log_k^a \text{ می‌دانیم:}$$

$$\log_x^{r+r} = 1 + \log_x^b \Rightarrow \log_x^{2r+r} = \log_x^x + \log_x^b \Rightarrow \log_x^{3r+r} = \log_x^x \Rightarrow x^r + 4 = 5x$$

$$\Rightarrow x^r - 5x + 4 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} \end{cases} \text{ (می‌تواند یک باشد) غ ق ی}$$

علی هاشمی



$$\log_r^{x-r} \rightarrow \log_r^r = \log_r^{r^r} = r$$

۱۱ - گزینه ۱ ابتدا مقدار a را به دست می آوریم:

$$r^a = r\sqrt[r]{r} \Rightarrow r^{ra} = r^{\frac{r}{r}} \Rightarrow ra = \frac{r}{r} \Rightarrow a = \frac{r}{r}$$

$$\log_r^{(ra+1)} = \log_r^{(r \times \frac{r}{r} + 1)} = \log_r^r = 1$$

۱۲ - گزینه ۲

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \log_k^{a^n} = n \log_k^a \text{ می دانیم:}$$

$$\begin{aligned} \log(\delta - r\sqrt{\delta}) + r \log(1 + \sqrt{\delta}) &= \log(\delta - r\sqrt{\delta}) + \log(1 + \sqrt{\delta})^r = \log(\delta - r\sqrt{\delta}) + \log(1 + \delta + r\sqrt{\delta}) \\ &= \log(\delta - r\sqrt{\delta}) + \log(\delta + r\sqrt{\delta}) = \log(\delta - r\sqrt{\delta})(\delta + r\sqrt{\delta}) = \log(\delta^2 - r^2) = \log 16 = \log 2^4 = 4 \log 2 = 4k \end{aligned}$$

۱۳ - گزینه ۳

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \text{ می دانیم:}$$

$$r\sqrt[r]{r} = r^x \Rightarrow r^r \times \frac{1}{r^r} = r^x \Rightarrow r^{\frac{\delta}{r}} = r^{rx} \Rightarrow rx = \frac{\delta}{r} \Rightarrow x = \frac{\delta}{r}$$

$$1 + \log \sqrt{x+1} = \log y \Rightarrow \log 1 + \log \sqrt{\frac{\delta}{r} + 1} = \log y$$

$$\Rightarrow \log 1 + \log \frac{r}{r} = \log y \Rightarrow \log 1 + \log r = \log y \Rightarrow y = 1\delta$$

۱۴ - گزینه ۳

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \log_k^{a^n} = n \log_k^a \text{ می دانیم:}$$

$$\log r + \log \sqrt[r]{r} = \log(\delta 1)^k \rightarrow \log r + \log r^{\frac{1}{r}} = \log r^{rk} \rightarrow \log r \times r^{\frac{1}{r}} = \log r^{rk}$$

$$\rightarrow \log r^{\frac{\delta}{r}} = \log r^{rk} \rightarrow rk = \frac{\delta}{r} \rightarrow k = \frac{\delta}{16}$$

$$\log_r^{\frac{\delta}{k}} = \log_r^{\frac{\delta}{\frac{\delta}{16}}} = \log_r^{16} = \log_r^{r^4} = 4$$

۱۵ - گزینه ۴

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \text{ می دانیم:}$$

$$\left. \begin{aligned} r^x \times \delta^y = r \Rightarrow r^x \times r^{ry} = r^1 \Rightarrow r^{x+ry} = r^1 \Rightarrow x + ry = 1 \\ \log x = \log r + \log y \Rightarrow \log x = \log ry \Rightarrow x = ry \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = \frac{r}{\delta}, y = \frac{r}{\delta}$$

۱۶ - گزینه ۴

$$\log_k ab = \log_k a + \log_k b, \log_{km} a^n = \frac{n}{m} \log_k a \text{ می دانیم:}$$

$$\log_{\sqrt{\delta}} a b^r = \log_{\sqrt{\delta}} a + \log_{\sqrt{\delta}} b^r = \log_{\frac{1}{\sqrt{\delta}}} a + \log_{\frac{1}{\sqrt{\delta}}} b^r = r \log_{\delta} a + r = r \left(\frac{r}{\delta}\right) + r = \gamma$$

۱۷ - گزینه ۱

می دانیم:

$$a^r + b^r = (a+b)^r - r a b, \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \log_b^N = x \rightarrow b^x = N, \log_{km}^n = \frac{n}{m} \log_k^a$$

$$\log_r^x + \log_r^y = r \rightarrow \log_r^{xy} = r \xrightarrow{\text{تعریف}} xy = r^r = 9$$

$$x^r + y^r = 46 \rightarrow (x+y)^r - rxy = 46 \rightarrow (x+y)^r - 18 = 46$$

$\rightarrow (x+y)^r = 64 \rightarrow x+y = 8$ یا $x+y = -8$ (غیر معنی مثبت هستند.)

$$\log_r^{x+y} = \log_r^8 = \log_r^{r^3} = \frac{3}{r}$$

۱۸ - گزینه ۳ جلوی لگاریتم باید مثبت باشد پس داریم:

$$x(x-3) > 0 \Rightarrow x(x-3) > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} x > 3 \text{ یا } x < 0$$

عبارت زیر رادیکال باید بزرگ تر مساوی صفر باشد.

$$1 - \log(x^r - 3x) \geq 0 \rightarrow \log(x^r - 3x) \leq 1 \rightarrow \log(x^r - 3x) \leq \log 10$$

$$\rightarrow x^r - 3x \leq 10 \rightarrow x^r - 3x - 10 \leq 0 \rightarrow (x-5)(x+2) \leq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -2 \leq x \leq 5 \text{ (II)}$$

علی هاشمی



$$x \in [-2, 0) \cup (3, 5]$$

از اشتراک I, II به نتیجه می‌رسیم. یعنی:

۱۹ - گزینه ۱

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab} \text{ می‌دانیم:}$$

$$9^a = 27\sqrt{3} \Rightarrow 3^{2a} = 3^3 \times 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{7}{2}} \Rightarrow 2a = \frac{7}{2} \Rightarrow a = \frac{7}{4}$$

$$\log \sqrt{b} - \log(2 - \frac{7}{4}) = 1 \Rightarrow \log \sqrt{b} = \log \frac{1}{4} + \log 10 = \log(\frac{10}{4}) \Rightarrow \sqrt{b} = \frac{5}{2} \Rightarrow b = \frac{25}{4} = 6,25$$

۲۰ - گزینه ۴

$$\log_k^n = n \log_k^a, \log_k^a = \frac{1}{\log_a^k}, \log_b^N = x \rightarrow N = b^x \text{ می‌دانیم:}$$

$$\log_x^{2x} - \frac{1}{\log_5^x} = 1 \Rightarrow \log_x^{2x} + \log_x^5 - \frac{1}{\log_5^x} = 1 \Rightarrow \log_x^{2x} + 1 - \log_5^x = 1 \Rightarrow \log_x^{2x} - \log_5^x = 0$$

$$\Rightarrow \log_x^{2x} - \log_5^x = 0 \Rightarrow \frac{1}{\log_x^{2x}} - \log_5^x = 0 \Rightarrow \frac{1}{\log_x^{2x}} = \log_5^x \Rightarrow (\log_x^{2x})^x = 1 \Rightarrow \log_5^x = \pm 1$$

$$\begin{cases} \log_5^x = 1 \Rightarrow x_1 = 5 \\ \log_5^x = -1 \Rightarrow x_2 = 5^{-1} = \frac{1}{5} \Rightarrow x_1 + x_2 = 5 + \frac{1}{5} = \frac{26}{5} \end{cases}$$

$$\log_k^n = n \log_k^a, \log_b^N = x \rightarrow N = b^x \text{ می‌دانیم:}$$

۲۱ - گزینه ۲

دقت کنید که:

$$\sqrt[r]{\sqrt[r]{\sqrt[r]{x}}} = \sqrt[r]{\sqrt[r]{x^{\frac{1}{r}}}} = \sqrt[r]{x^{\frac{1}{r^2}}} = x^{\frac{1}{r^3}}$$

بنابراین:

$$\log_r \log_r^{\frac{1}{r^3}} = -2 \xrightarrow{\text{تعریف}} \log_r^{\frac{1}{r^3}} = 3^{-2} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{1}{\log_r^{\frac{1}{r^3}}} = \frac{1}{\frac{1}{9}} \Rightarrow \log_r^{\frac{1}{r^3}} = 9 \xrightarrow{\text{تعریف}} x = r^9 = 8$$

۲۲ - گزینه ۲

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}, \log_{km}^n = \frac{n}{m} \log_k^a \text{ می‌دانیم:}$$

$$\log(2x-1) + \log(x+3) = \log 30 - \log 2 \rightarrow \log(2x-1)(x+3) = \log 15$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 5x - 3 = 15 \Rightarrow 2x^2 + 5x - 18 = 0 \Rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 144}}{4}$$

$$x = \frac{-5 \pm 13}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ قی } \\ x = -\frac{18}{4} \text{ (جبری لگاریتم را منفی می‌کند)} \end{cases} \text{ غ قی}$$

$$\log_8 x = \log_{\sqrt[4]{2}}^x = \frac{1}{4}$$

۲۳ - گزینه ۴

$$\log_{km}^n = \frac{n}{m} \log_k^a, \log_k^a = \frac{1}{\log_a^k} \text{ می‌دانیم:}$$

$$\log_{\sqrt[5]{e}}^{\sqrt[5]{e}} = A \Rightarrow \log_e^{\sqrt[5]{e}} = A \Rightarrow \frac{1}{5} \log_e^e = A \Rightarrow \log_e^e = \frac{5A}{1} \Rightarrow \log_e^e = \frac{5}{5A}$$

$$\log_{\sqrt[5]{e}}^{\sqrt[5]{e}} = \log_{\frac{1}{e}}^{\sqrt[5]{e}} = 10 \log_e^{\sqrt[5]{e}} = 10 \left(\frac{1}{5A} \right) = \frac{2}{A}$$

۲۴ - گزینه ۱

$$\log_{km}^n = \frac{n}{m} \log_k^a, \log_b^N = x \rightarrow N = b^x \text{ می‌دانیم:}$$

$$(\log_r^x)^r - 9 \log_x^r = 4 \rightarrow (\log_r^x)^r - 9 \log_{\sqrt[3]{r}}^x - 4 = 0$$

$$\rightarrow (\log_r^x)^r - 3 \log_r^x - 4 = 0 \xrightarrow{\log_r^x = A} A^r - 3A - 4 = 0$$

$$\rightarrow (A-4)(A+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} A = 4 \rightarrow \log_r^x = 4 \xrightarrow{\text{تعریف}} x = r^4 = 16 \\ A = -1 \rightarrow \log_r^x = -1 \xrightarrow{\text{تعریف}} x = r^{-1} = \frac{1}{r} \end{cases}$$

حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $16 \times \frac{1}{r} = 8$ می‌باشد.

علی هاشمی



۲۵ - گزینه ۴ می‌دانیم: $\log_k^n = n \log_k^a$

این تابع محور طول را در $-1 \circ 1$ قطع می‌کند پس در تابع صدق می‌کند.

$$\left| \begin{array}{l} -1 \circ 1 \\ 0 \end{array} \right| \xrightarrow{\text{صدق}} 0 = \log(-1 \circ 1 a + b) \xrightarrow{\log 1 = 0} -1 \circ 1 a + b = 1$$

برای پیدا کردن دامنه‌ی تعریف این تابع کافی است جلوی لگاریتم را بزرگتر از صفر قرار دهید.

$$ax + b > 0 \rightarrow ax > -b \rightarrow \begin{cases} a > 0 \rightarrow x > \frac{-b}{a} \\ a < 0 \rightarrow x < \frac{-b}{a} \end{cases}$$

چون دامنه‌ی تعریف این تابع $x < -1 \circ$ است، پس: $-\frac{b}{a} = -1 \circ \rightarrow 1 \circ a = b$

$$\begin{cases} -1 \circ 1 a + b = 1 \\ b = 1 \circ a \end{cases} \rightarrow a = -1 \circ, b = -1 \circ \circ$$

پس: $\log \sqrt{ab} = \log \sqrt{1 \circ \circ \circ} = \log \sqrt{1 \circ^r} = \log 1 \circ^{\frac{r}{2}} = \frac{r}{2}$

۲۶ - گزینه ۳ می‌دانیم: $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$

$$\log_r^{r+\sqrt{r}} - \log_r^{r-\sqrt{r}} = \log_r^{\frac{r+\sqrt{r}}{r-\sqrt{r}}} \xrightarrow{\text{گویا می‌کنیم}} \log_r^{\frac{r+\sqrt{r}}{r-\sqrt{r}} \times \frac{r+\sqrt{r}}{r+\sqrt{r}}} = \log_r^{\frac{(r+\sqrt{r})^2}{r^2-r}} = \log_r^{\frac{r+r+2\sqrt{r}}{r-r}} = \log_r^{\frac{r+r+2\sqrt{r}}{1}} = \log_r^{r+r+2\sqrt{r}} = \log_r^{1r^A}$$

$$r^r < 1r^A < r^r \rightarrow \log_r^{r^r} < \log_r^{1r^A} < \log_r^{r^r} \rightarrow r < \log_r^{1r^A} < r \rightarrow [\log_r^{1r^A}] = r$$

۲۷ - گزینه ۲ می‌دانیم: $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$, $\log_k^n = \frac{n}{m} \log_k^a$, $\log_b^a = k \rightarrow b^k = a$

$$\rightarrow \log_r^{r^r - rx+1} + \log_r^{x+1} = 1 \rightarrow \log_r^{(x-1)^r} + \log_r^{x+1} = 1$$

$$\rightarrow \log_r^{x-1} + \log_r^{x+1} = 1 \rightarrow \log_r^{(x+1)(x-1)} = 1$$

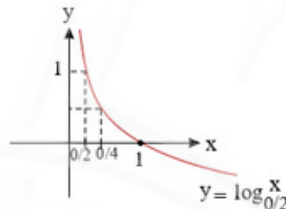
$$\xrightarrow{\text{تعریف}} x^r - 1 = r^1 \rightarrow x^r = r \rightarrow \begin{cases} x = r \text{ قی} \\ x = -r \text{ (در دامنه‌ی تعریف قرار ندارد.)} \end{cases}$$

بنابراین معادله دارای یک ریشه است.

۲۸ - گزینه ۴

می‌دانیم: $\log_k^a = \frac{1}{\log_a^k}$

$$y = \log_a^x, 0 < a < 1 \rightarrow$$



از روی شکل واضح است که $0 < \log_{0.2}^r < 1$ است. بنابراین تابع $f(x) = (\log_{0.2}^r)^x$ نزولی است. تابع $y = a^x$ وقتی $0 < a < 1$ است نزولی می‌باشد.

پس بیشترین مقدار y آن به ازای نقطه‌ی ابتدای دامنه یعنی: $x = -1$ بدست می‌آید. $(f : [-1, 2] \rightarrow R)$

$$y_{Max} = (\log_{0.2}^r)^{-1} = \frac{1}{\log_{0.2}^r} = \log_{0.2}^{0.2}$$

۲۹ - گزینه ۴

می‌دانیم: $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$, $\log_k^n = \frac{n}{m} \log_k^a$, $\log_b^N = x \Rightarrow N = b^x$

$$\log_r^{rx^r+1} - \log_r^{x+r} = 1 \rightarrow \log_r^{\frac{rx^r+1}{x+r}} = 1 \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{rx^r+1}{x+r} = r^1$$

$$\rightarrow rx^r + 1 = rx + r \rightarrow rx^r - rx - r = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} x = -1 \\ x = -\frac{c}{a} = \frac{r}{r} \end{cases}$$

هر دو جواب به دست آمده، قابل قبول هستند، ولی برای محاسبه \log_x^{rx-1} فقط به جای x می‌توانیم مقدار $x = \frac{r}{r}$ را جایگزین کنیم، زیرا $x = -1$ عددی که می‌خواهیم از آن لگاریتم بگیریم را منفی می‌کند.

$$\log_x^{rx-1} \stackrel{x=\frac{r}{r}}{=} \log_x^{r(\frac{r}{r})-1} = \log_x^r = \log_{\frac{r}{r}}^r = \frac{r}{r}$$



علی هاشمی



۳۰ - گزینه ۳

$$\log_k^a m = \frac{n}{m} \log_k^a, \quad a \log_k^b = b \log_k^a \quad \text{می دانیم:}$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-2+\log_{\frac{1}{2}} 9} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}} 9} = \left(\frac{2}{2}\right)^{-2} \times 9^{\log_{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{2}}{2}} = \left(\frac{2}{2}\right)^{-2} \times 9^{\log_{\frac{1}{2}} \frac{2^{-\frac{1}{2}}}{2^{-1}}}$$

$$= 2^2 \times 9^{\log_{\frac{1}{2}} \frac{2^{-\frac{1}{2}}}{2^{-1}}} = 2^2 \times 9^{\frac{2}{2}} = 4 \times (3^2)^{\frac{2}{2}} = 4 \times 3^2 = 4 \times 27 = 216$$





سایت بکخون همیشه رایگان

فیلم آموزشی



مشاوره



برنامه ریزی



گام به گام



نمونه سوال



جزوه



کلیک کنید

www.bekhun.com

