ریاضی ۱۱

نمونه سوالات تشریحی

فصل ۷ (تجربی)

نام آزمون: احتمال

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی هاشمی

۱ - در ظرفی ۶ مهره با شماره‌های ۱ تا ۶ داریم. مهره‌ها را یکی پس از دیگری به تصادف و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هیچ دو مهره‌ی زوج متوالی خارج نمی‌شوند؟

۲ - تمام اعداد سه رقمی (با ارقام متمایز) را که می‌توان با رقم‌های ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ ساخت، روی کارت‌های مشابه نوشته و در یک کیسه قرار می‌دهیم. سپس یکی از این کارت‌ها را به تصادف خارج می‌کنیم، احتمال آن که عدد روی کارت عددی زوج و بزرگ‌تر از ۳۰۰ باشد، چه‌قدر است؟

۳ - حروف کلمهٔ $ATAXIA$ را بریده به‌طور تصادفی کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال هر سه حرف A کنار هم قرار می‌گیرند؟

۴ - دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار هر دو عدد روشده زوج باشند. با کدام احتمال حداکثر در سه پرتاب نتیجه حاصل می‌شود؟

۵ - هریک از ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است، به تصادف سه کارت از آنها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه‌رقمی حاصل‌مضرب ۳ می‌باشد؟

۶ - ۳۰ درصد مردم روزنامه‌ی A و ۴۰ درصد روزنامه‌ی B مطالعه و هیچ فردی هر دو روزنامه را مطالعه نمی‌کند. احتمال این که روزنامه‌ی A رویدادی را پوشش دهد $\frac{۲}{۳}$ و احتمال این که روزنامه‌ی B پوشش دهد $\frac{۳}{۴}$ است. احتمال این که فردی از این رویداد اطلاع نیابد، کدام است؟

۷ - یک خانواده دارای دو فرزند است که هر فرزند به طور مستقل با احتمال $\frac{۱}{۳}$ پسر و با احتمال $\frac{۲}{۳}$ دختر است. اگر بدانیم این خانواده حداکثر یک فرزند پسر دارد، احتمال آن که هر دو فرزند دختر باشند، کدام است؟

۸ - ۷ نفر که دو برادر در بین آن‌ها حضور دارند مفروضند. از بین آن‌ها ۵ نفر را انتخاب می‌کنیم و در یک ردیف کنار هم می‌نشانیم. با چه احتمالی دو برادر در ابتدا و انتهای ردیف نشسته‌اند؟

۹ - تاسی را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که در هیچ دو پرتاب متوالی، اعداد زوج ظاهر نشود، چه قدر است؟

۱۰ - خانواده‌ای پنج فرزند دارد. می‌دانیم فرزند اول آن‌ها پسر است. احتمال اینکه خانواده دو پسر دیگر داشته باشد، کدام است؟

علی هاشمی

۱۱ - در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی سیاه و ۵ مهره‌ی قرمز موجود است. سه مهره به تصادف پی‌درپی و بدون جایگذاری از این جعبه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌ی اول سفید و دو مهره‌ی دیگر همرنگ نیستند؟

۱۲ - خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. می‌دانیم فقط ۲ فرزند این خانواده پسر است. احتمال این که فرزند اول خانواده پسر باشد، چقدر است؟

۱۳ - در جعبه‌ای ۳ مهرهٔ سفید ۲ مهرهٔ سیاه و ۵ مهرهٔ قرمز موجود است. اگر دو مهره از آن بیرون آوریم، با کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

۱۴ - در ظرفی ۲ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی قرمز قراردارد. ۴ مرتبه مهره‌ای از ظرف خارج کرده و پس از مشاهده به ظرف برمی گردانیم. با چه احتمالی تعداد مهره‌های سفید و قرمز خارج شده از ظرف با هم برابراست؟

۱۵ - دریک اتوبوس ۵ مرد و ۴ زن وجود دارد. این اتوبوس شروع به حرکت می کند. اگر ۱ نفر در ایستگاه اوّل، ۱ نفر در ایستگاه دوم و مابقی در آخرین ایستگاه پیاده شوند، احتمال آن‌که همه‌ی مردها در یک ایستگاه پیاده شده باشند، کدام است؟

۱۶ - در یک تیم والیبال ۶ نفره، احتمال آن که ماه تولد همگی یکسان باشد، چقدر است؟

۱۷ - تاسی را پرتاب می‌کنیم. اگر زوج بیاید، سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر فرد بیاید، دوباره تاس پرتاب می‌کنیم. این عمل را آن قدر ادامه می‌دهیم تا مجاز به پرتاب سکه شویم. با کدام احتمال حداکثر بعد از پرتاب سوم تاس، سکه رو می‌آید؟

۱۸ - دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده، مضرب ۴ است؟

۱۹ - در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۳ موش سیاه نگهداری می‌شوند. به تصادف متوالیاً سه موش از بین آنها انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، اولین موش سفید و سومین موش سیاه است؟

۲۰ - در آزمایشگاهی ۷ موش نگهداری می‌شوند که بر روی ۳ موش آزمون مهارت انجام شده است. اگر ۲ موش از بین آنان تصادفی انتخاب شوند، با کدام احتمال، لااقل بر روی یکی از آن دو، آزمون انجام شده است؟

۲۱ - خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. می‌دانیم که دو فرزند اول آنها پسر است. احتمال آنکه دو فرزند دیگر این خانواده دختر باشد، کدام است؟

علی هاشمی

۲۲ - در آزمایشگاهی ۵ موش سالم و ۳ موش دیابتی نگهداری می‌شوند، اگر دو موش از محفظه گریخته باشند، با کدام احتمال فقط یکی از موش‌های فراری دیابتی است؟

۲۳ - تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم عدد تاس در مرتبه‌ی اول بیش‌تر از عدد تاس در مرتبه‌ی دوم نباشد، احتمال این که حاصل‌ضرب اعداد روشده، عددی فرد باشد کدام است؟

۲۴ - اگر $A=\{۲,۳,۴,۶\}$، $B=\{۳,۴,۵,۶,۷\}$ با فضای نمونه‌ای $S=\{۱,۲,۳,\cdots ۹\}$ باشند، $P(A'\cup B')$ کدام است؟

۲۵ - در یک جامعهٔ ۲۰۰ نفری گروه خونی افراد در جدول زیر است. اگر تنها یک فرد از بین آنها انتخاب شود با کدام احتمال گروه خونی وی O یا AB است؟

O	AB	B	A	گروه خونی
۳۶	۵۴	۶۵	۴۵	فراوانی

۲۶ - در پرتاب دو تاس و یک سکه با هم فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟

علی هاشمی

۲۷ - در کیسه‌ای ۳ مهره‌ی سیاه، ۴ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی آبی وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره به تصادف با هم خارج می‌کنیم. احتمال این که حداقل دو مهره‌ی انتخابی همرنگ نباشد، کدام است؟

۲۸ - در پرتاب دو تاس سالم با هم، اگر A پیشامد آن که عدد رو شده‌ی تاس اول ۴ باشد و B پیشامد آن که اعداد رو شده‌ی دو تاس متمایز باشند، $P(A-B)$ کدام است؟

۲۹ - در یک خانوادهٔ سه فرزندی می‌دانیم فرزند اول آنها دختر است، با کدام احتمال لااقل یکی از فرزندان پسر است؟

۳۰ - کارمندان اداره‌ای مطابق جدول زیر توزیع شده‌اند. احتمال‌های آن که «کارمند زنی، تحصیلات دانشگاهی داشته باشد» و «کارمندی زن و تحصیلات دانشگاهی داشته باشد» به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

		مرد	زن
تحصیلات	دانشگاهی	۱۵	۱۰
	کمتر از دانشگاهی	۹۰	۸۰

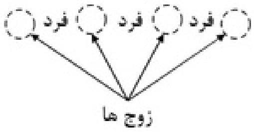
علی هاشمی

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴

فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = ۶!$ است.

برای اینکه هیچ دو مهره‌ی زوج متوالی خارج نشوند، باید آن‌ها را در فضاهای خالی مقابل قرار دهیم:



۳ جایگاه از ۴ جایگاه را انتخاب می‌کنیم یعنی $\binom{۴}{۳}$ و سپس زوج‌ها و فردها را جابه‌جا می‌کنیم: $n(A) = \binom{۴}{۳} \times ۳! \times ۳!$

پس $\frac{۱}{۵} = \frac{\binom{۴}{۳} \times ۳! \times ۳!}{۶!} = P(A)$ است.

۲ - گزینه ۱ ابتدا تعداد تمام اعداد سه رقمی را که می‌توان با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ساخت را بدست می آوریم:

$n(S) = \boxed{۵} \times \boxed{۵} \times \boxed{۴} = ۱۰۰$ (خانه‌ی اول صفر قرار نمی گیرد)

حال تعداد اعداد زوج بزرگتر از ۳۰۰ را بدست می آوریم:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{(خانه‌ی اول ۳یا ۴یا ۵ قرار می‌گیرد)} \ = ۱۲ = \boxed{۱} \times \boxed{۴} \times \boxed{۳} & \leftarrow & \text{رقم یکان صفر باشد} \\ \text{(خانه‌ی اول ۳یا ۴یا ۵ قرار می‌گیرد)} \ = ۱۲ = \boxed{۱} \times \boxed{۴} \times \boxed{۳} & \leftarrow & \text{رقم یکان ۲ باشد} \\ \text{(خانه‌ی اول ۳یا ۵ قرار می‌گیرد)} \ = ۸ = \boxed{۱} \times \boxed{۴} \times \boxed{۲} & \leftarrow & \text{رقم یکان ۴ باشد} \end{array}\right\} \rightarrow n(A) = ۳۲$$

پس $P(A) = \frac{۳۲}{۱۰۰}$ است.

۳ - گزینه ۲ جایگشت k حرف که n حرف تکراری دارد، از رابطهٔ $\frac{k!}{n!}$ به دست می‌آید:

$n(S) = \frac{۶!}{۳!} = ۱۲۰$ (جابه‌جایی حروف $ATAXIA$)

$\boxed{AAA}\ TXI \Rightarrow n(A) = ۴! = ۲۴$ (جابه‌جایی ۳ حرف A باهم اهمیت ندارد)

پس $\frac{۱}{۵} = \frac{۲۴}{۱۲۰} = P(A)$ است.

۴ - گزینه ۲ در هر پرتاب احتمال آنکه هر دو تاس زوج باشند، برابر با $\frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۶} \times \frac{۳}{۶}$ است و لذا احتمال آنکه هر دو تاس زوج نباشند، $\frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۴} - ۱$ است. اگر A_i پیشامد این باشد که در پرتاب iاُم نتیجه حاصل شده باشد، یعنی در $(i - ۱)$پرتاب قبلی هر دو تاس زوج نبوده و در پرتاب iاُم هر دو تاس زوج ظاهر شده است، پس $P(A_i) = (\frac{۳}{۴})^{i-۱}(\frac{۱}{۴})$. بنابراین احتمال آنکه حداکثر در ۳ پرتاب نتیجه حاصل شود، برابر است با:

$$P(A_۱) + P(A_۲) + P(A_۳) = \frac{۱}{۴} + (\frac{۳}{۴})(\frac{۱}{۴}) + (\frac{۳}{۴})(\frac{۳}{۴})(\frac{۱}{۴}) = \frac{۱}{۴} + \frac{۳}{۱۶} + \frac{۹}{۶۴} = \frac{۳۷}{۶۴}$$

یا به زبان ساده‌تر:

$\frac{۱}{۴}$: پرتاب اول هر دو زوج باشند.

$\frac{۱}{۴} \times \frac{۳}{۴}$: پرتاب اول هر دو زوج نباشند و پرتاب دوم هر دو زوج باشند.

$\frac{۱}{۴} \times \frac{۳}{۴} \times \frac{۳}{۴}$: پرتاب اول و پرتاب دوم هر دو زوج نباشند و پرتاب سوم هر دو زوج باشند.

پس $\frac{۳۷}{۶۴} = \frac{۹}{۶۴} + \frac{۳}{۱۶} + \frac{۱}{۴} = P(A)$ است.

۵ - گزینه ۲

فضای نمونه‌ای برابر است با اعداد سه‌رقمی بدون تکرار ارقام که می‌توان با ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ نوشت:

$\boxed{۵} \times \boxed{۴} \times \boxed{۳} = ۶۰ \rightarrow n(s) = ۶۰$

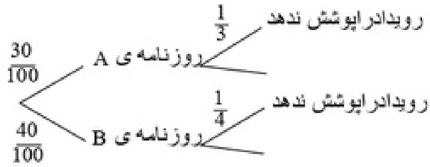
برای آنکه عدد روشده، مضرب ۳ باشد، باید مجموع ارقامش باید بر ۳ بخش‌پذیر باشد که شامل دسته‌بندی‌های زیر باشد.

$$\left.\begin{array}{l} ۱, ۲, ۳ \rightarrow ۳! = ۶ \\ ۱, ۳, ۵ \rightarrow ۳! = ۶ \\ ۲, ۳, ۴ \rightarrow ۳! = ۶ \\ ۳, ۴, ۵ \rightarrow ۳! = ۶ \end{array}\right\} \rightarrow n(A) = ۴ \times ۶ = ۲۴$$

علی هاشمی

پس $P(A) = \frac{24}{60} = 0/4$ است.

۶ - گزینه ۳ با فرض اینکه فرد، روزنامه بخواند داریم:



$\Rightarrow$ احتمال مطلوب $= \left(\frac{3}{10} \times \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{5} \times \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{10}$

از طرفی $\frac{70}{100}$ مردم، روزنامه می‌خوانند و $\frac{30}{100}$ مردم روزنامه نمی‌خوانند، پس احتمال اینکه فردی از رویداد رخ داده‌ای اطلاع نیابد برابر $\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = \frac{30}{100} + \frac{2}{10}$ است.

۷ - گزینه ۳

هر دو دختر یا اولی دختر و دومی پسر یا اولی پسر و دومی دختر: حداکثر یک پسر

$\rightarrow \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{8}{9}$

هر دو فرزند دختر: اولی دختر و دومی دختر $\rightarrow \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}$

پس $P(A) = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{8}{9}} = \frac{1}{2}$ است.

۸ - گزینه ۴ برای محاسبه‌ی فضای نمونه‌ای ابتدا ۵ نفر را از بین ۷ نفر انتخاب کرده و سپس جابجایی این ۵ نفر را حساب می‌کنیم.

$n(S) = \binom{7}{5} \times 5! = 21 \times 120$

برای اینکه دو برادر در ابتدا و انتهای ردیف باشند باید دو برادر حتماً در افراد انتخاب شده باشند. برای این منظور باید ۳ نفر را از بین ۵ نفر باقی‌مانده انتخاب کنیم و سپس جابجایی این سه نفر را حساب کنیم و در ضمن جابجایی دو برادر با یکدیگر را نیز فراموش نکنیم.

$n(A) = \binom{5}{3} \times 3! \times 2! = 120$

پس $P(A) = \frac{120}{21 \times 120} = \frac{1}{21}$ است.

۹ - گزینه ۴ فضای نمونه‌ی آزمایش $n(S) = 6^3 = 216$ است. تعداد حالت های مساعد مسأله به این صورت است:

الف) هر سه پرتاب، فرد باشند $\leftarrow 27 = 3 \times 3 \times 3$

ب) دو پرتاب، فرد و دیگری زوج باشد $\leftarrow 81 = (3 \times 3 \times 3) \times 3$ (ف ف ز،ف ز ف،ز ف ف)

ج) پرتاب های اول و سوم، زوج و پرتاب دوم، فرد باشد $\leftarrow 27 = 3 \times 3 \times 3$

پس $P(A) = \frac{27 + 81 + 27}{216} = \frac{135}{216} = \frac{5}{8}$ است.

۱۰ - گزینه ۳ صورت سوال یعنی، احتمال اینکه در یک خانواده‌ی ۴ فرزندی، دو فرزند پسر باشند را به دست آورید.

$n(S) = 2^4 = 16$ و $PPDD \rightarrow n(A) = \frac{4!}{2!2!} = 6$

پس $P(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ است.

۱۱ - گزینه ۳ احتمال آنکه مهره‌ی اول سفید باشد برابر $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ است پس اکنون در جعبه، ۲ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه و ۴ مهره‌ی قرمز موجود است. حال باید احتمال آنکه دو مهره‌ی انتخابی در مهره‌های باقی‌مانده غیرهم‌رنگ باشند را پیدا کنیم.

$P(\text{دو مهره غیرهمرنگ}) = 1 - P(\text{هر دو مهره قرمز یا هردو مهره سیاه یا هردو مهره سفید})$

$= 1 - \left(\frac{2}{11} \times \frac{1}{10} + \frac{4}{11} \times \frac{3}{10} + \frac{5}{11} \times \frac{4}{10}\right) = 1 - \frac{17}{55} = \frac{38}{55}$

بنابراین داریم:

$P(\text{اولی سفید و دو مهره‌ی دیگر غیرهمرنگ}) = \frac{1}{4} \times \frac{38}{55} = \frac{19}{110}$

۱۲ - گزینه ۲

فقط دو فرزند پسر $\Rightarrow \quad PPDD \quad \Rightarrow \quad n(S) = \frac{4!}{2!\,2!} = 6$

فرزند اول پسر باشد $\Rightarrow \quad P\underbrace{PDD}_{\text{جابجایی}} \quad \Rightarrow \quad n(A) = \frac{3!}{2!} = 3$

پس $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ می‌باشد.

علی هاشمی

۱۳ - گزینه ۳ فضای نمونه همان انتخاب ۳ مهره از ۹ مهره است:

$$n(S)=\binom{۱۰}{۲}=\frac{۱۰\times ۹}{۲}=۴۵$$

برای هم‌رنگ نبودن دو مهره یکی از حالت‌های زیر باید اتفاق بیفتد:

$$\left.\begin{array}{l}\text{یکی سفید و یکی سیاه}\binom{۳}{۱}\binom{۲}{۱}=۳\times ۲=۶\\ \text{یکی سفید و یکی قرمز}\binom{۳}{۱}\binom{۵}{۱}=۳\times ۵=۱۵\\ \text{یکی سیاه و یکی قرمز}\binom{۲}{۱}\binom{۵}{۱}=۲\times ۵=۱۰\end{array}\right\}\Rightarrow n(A)=۶+۱۵+۱۰=۳۱$$

پس $P(A)=\frac{۳۱}{۴۵}$ است.

۱۴ - گزینه ۲ یعنی ۲ مهره‌ی سفید و ۲ مهره‌ی قرمز خارج شوند $\frac{۳}{۵}\times\frac{۳}{۵}\times\frac{۲}{۵}\times\frac{۲}{۵}$ و چون مهره‌ها را با جایگزینی خارج می‌کنیم جابجائی آنها نیز مهم است یعنی $(WWRR)$ $\frac{۴!}{۲!۲!}$ پس احتمال مطلوب است برابر است با:

$$\frac{۲}{۵}\times\frac{۲}{۵}\times\frac{۳}{۵}\times\frac{۳}{۵}\times\frac{۴!}{۲!۲!}=\frac{۴\times ۹\times ۴!}{۵^۴\times ۴}=\frac{۲۱۶}{۶۲۵}$$

۱۵ - گزینه ۳

$$n(S)=\binom{۹}{۱}\times\binom{۸}{۱}=۹\times ۸=۷۲$$

طبق صورت مسأله باید در ایستگاه اول و ایستگاه دوم حتماً زن پیاده شود (چون قرار است همه مردها در یک ایستگاه پیاده شوند).

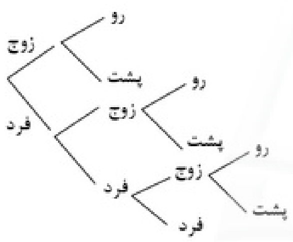
$$n(A)=\binom{۴}{۱}\binom{۳}{۱}=۴\times ۳=۱۲$$

پس $P(A)=\frac{۱۲}{۷۲}=\frac{۱}{۶}$ است.

۱۶ - گزینه ۳ متولد شدن افراد در ماه‌های سال پیشامدهای مستقل از هم هستند. نفر اول در یکی از ماه‌های سال به دنیا آمده است، احتمال آن که هر یک از ۵ نفر بعدی در آن ماه از سال به دنیا آمده باشد برابر $\frac{۱}{۱۲}$ است، بنابراین احتمال موردنظر برابر است با:

$$P=\frac{۱}{۱۲}\times\frac{۱}{۱۲}\times\frac{۱}{۱۲}\times\frac{۱}{۱۲}\times\frac{۱}{۱۲}=(\frac{۱}{۱۲})^۵=\frac{۱}{۱۲^۵}$$

۱۷ - گزینه ۱ برای حل این سوال از نمودار درختی استفاده می‌کنیم.



$$\text{احتمال مطلوب}=P(\text{تاس زوج})\cdot P(\text{سکه رو})+P(\text{تاس فرد})\cdot P(\text{تاس زوج})\cdot P(\text{سکه رو})+P(\text{تاس فرد})\cdot P(\text{تاس فرد})\cdot P(\text{تاس زوج})\cdot P(\text{سکه رو})$$

$$=(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲})+(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲})+(\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲})=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۶}=\frac{۷}{۱۶}$$

۱۸ - گزینه ۳

۴، ۸ و ۱۲ مضاربی از ۴ هستند که می‌توانند از حاصل‌جمع اعداد روشده دو تاس به دست آیند:

$$n(S)=۶^۲=۳۶$$

پیشامد مذکور را با اعضایش مشخص می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l}۴\Rightarrow(۱,۳),(۳,۱),(۲,۲)\\ ۸\Rightarrow(۲,۶),(۶,۲),(۳,۵),(۵,۳),(۴,۴)\\ ۱۲\Rightarrow(۶,۶)\end{array}\right\}\Rightarrow n(A)=۹$$

پس $P(A)=\frac{۹}{۳۶}=\frac{۱}{۴}$ است.

۱۹ - گزینه ۴ دو حالت داریم:

۱) موش اول سفید و موش دوم سفید و موش سوم سیاه

$$\frac{۵}{۸}\times\frac{۴}{۷}\times\frac{۳}{۶}=\frac{۵}{۲۸}$$

احتمال

علی هاشمی

۲) موش اول سفید و موش دوم سیاه و موش سوم سیاه

$$\frac{۵}{۸} \times \frac{۳}{۷} \times \frac{۲}{۶} = \frac{۵}{۵۶}$$

پس $P = \frac{۵}{۲۸} + \frac{۵}{۵۶} = \frac{۱۵}{۵۶}$ است.

روش دوم: چون در تست به رنگ موش دوم اشاره نشده است فرض می‌کنیم موشی که به رنگ آن اشاره نشده است را انتخاب نکرده‌ایم و تنها می‌خواهیم دو موش را پشت سرهم (متوالیا) انتخاب کنیم یعنی موش دوم تأثیری در حل مسأله ندارد.

$$P(\text{اولی سفید و دومی سیاه}) = \frac{۵}{۸} \times \frac{۳}{۷} = \frac{۱۵}{۵۶}$$

۲۰ - گزینه ۳ بر روی ۳ موش آزمون مهارت انجام شده است و بر روی ۴ موش آزمون مهارت انجام نشده است.

$$n(S) = \binom{۷}{۲} = \frac{۷ \times ۶}{۲} = ۲۱$$

لااقل بر روی یکی از آن دو آزمون انجام شده است یعنی: بر روی هر دو آزمون انجام شده است یا بر روی یکی آزمون انجام شده و بر روی دیگری آزمون انجام نشده است.

$$n(A) = \binom{۳}{۲} + \binom{۳}{۱}\binom{۴}{۱} = ۳ + ۱۲ = ۱۵$$

پس $P(A) = \frac{۱۵}{۲۱} = \frac{۵}{۷}$ است.

۲۱ - گزینه ۲ با توجه به شرط داده‌شده، فضای نمونهٔ محدودشده را می‌نویسیم و پیشامد A را در این فضای نمونه مشخص می‌کنیم:

$$S_{\text{جدید}} = \{PPPD, PPDP, PPDD, PPPP\} \Rightarrow n(S) = ۴ \quad , \quad A = \{PPDD\} \Rightarrow n(A) = ۱$$

پس $P(A) = \frac{۱}{۴}$ است.

۲۲ - گزینه ۴

فضای نمونه‌ای انتخاب ۲ موش از بین ۸ موش است:

$$n(S) = \binom{۸}{۲} = \frac{۸ \times ۷}{۲} = ۲۸$$

پیشامد اینکه فقط یکی از موش‌های فراری دیابتی باشد، یعنی یکی از موش‌های سالم و یکی هم از دیابتی‌ها انتخاب کنیم:

$$n(A) = \underbrace{\binom{۳}{۱}}_{\text{یک دیابتی}} \times \underbrace{\binom{۵}{۱}}_{\text{یک سالم}} = ۳ \times ۵ = ۱۵$$

پس $P(A) = \frac{۱۵}{۲۸}$ است.

۲۳ - گزینه ۱ تعداد کل حالت‌ها در دو بار پرتاب تاس برابر $۶ \times ۶ = ۳۶$ حالت است. ۶ حالت از این حالت‌ها در دو پرتاب یکسان هستند، پس ۳۰ حالت باقی می‌ماند. در نصف این ۳۰ حالت عدد پرتاب دوم بیش‌تر از عدد پرتاب اول است، پس تعداد حالت‌هایی که عدد پرتاب اول بیش‌تر از عدد پرتاب دوم نباشد برابر است با:

$$n(S) = ۱۵ + ۶ = ۲۱$$

حال تعداد حالت‌هایی که حاصل‌ضرب اعداد رو شده، عددی فرد باشد را می‌یابیم (توجه کنید که باید هر دو عدد رو شده فرد باشد). این حالت‌ها به صورت زیر هستند:

$$A = \{(۱,۱), (۱,۳), (۱,۵), (۳,۳), (۳,۵), (۵,۵)\} \Rightarrow n(A) = ۶$$

پس $P(A) = \frac{۶}{۲۱} = \frac{۲}{۷}$ است.

۲۴ - گزینه ۳ می‌دانیم: $\boxed{(A \cap B)' = A' \cup B'}$

$$P(A' \cup B') = P((A \cap B)') = ۱ - P(A \cap B) = ۱ - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = ۱ - \frac{۳}{۹} = \frac{۲}{۳}$$

دقت کنید $A \cap B = \{۳, ۴, ۶\}$ می‌باشد.

۲۵ - گزینه ۴

$$P(O \cup AB) = P(O) + P(AB) - P(\underbrace{O \cap AB}_{\varnothing}) = \frac{۳۶}{۲۰۰} + \frac{۵۴}{۲۰۰} - ۰ = \frac{۹۰}{۲۰۰} = ۰/۴۵$$

۲۶ - گزینه ۴

فضای نمونه‌ای در پرتاب n سکه و m تاس از رابطه $۶^m \times ۲^n$ به دست می‌آید.

$$n(S) = ۶^۲ \times ۲ = ۳۶ \times ۲ = ۷۲$$

۲۷ - گزینه ۳ اگر A پیشامد آن باشد که حداقل دو مهره همرنگ نباشد، آنگاه A' پیشامد آن است که هر ۳ مهره‌ی انتخابی همرنگ است، پس داریم:

هر ۳ سیاه یا هر ۳ قرمز یا هر ۳ آبی = هر ۳ مهره همرنگ

$$n(A') = \binom{۳}{۳} + \binom{۴}{۳} + \binom{۳}{۳} = ۱ + ۴ + ۱ = ۶$$

علی هاشمی

$$P(A') = \frac{۶}{\binom{۳+۴+۳}{۳}} = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{۶}{۱۲۰} = \frac{۱}{۲۰} \rightarrow P(A) = ۱ - P(A') = ۱ - \frac{۱}{۲۰} = \frac{۱۹}{۲۰}$$

۲۸ - گزینه ۲

$$A = \{(۴,۱), (۴,۲), \cdots, (۴,۶)\}$$
$$B' = \{(۱,۱), (۲,۲), (۳,۳), (۴,۴), (۵,۵), (۶,۶)\}$$
$$A - B = A \cap B' = \{(۴,۴)\} \Rightarrow n(A-B) = ۱$$
$$\Rightarrow P(A-B) = \frac{n(A-B)}{n(S)} \Rightarrow P(A-B) = \frac{۱}{۳۶}$$

۲۹ - گزینه ۴

می‌دانیم یکی از فرزندان دختر است پس می‌توان فضای نمونه‌ای جدیدی ساخت:

$$S_{\text{جدید}} = \{DPD, DPP, DDP, DDD\} \Rightarrow n(S) = ۴$$
$$A = \{DPD, DPP, DDP\} \Rightarrow n(A) = ۳$$

پس $P(A) = \frac{۳}{۴}$ است.

۳۰ - گزینه ۱ احتمال اینکه کارمند زنی، تحصیلات دانشگاهی داشته باشد یعنی:

$$P(\text{تحصیلات دانشگاهی داشته باشد} \mid \text{کارمند زن باشد})$$

طبق فرمول احتمال شرطی:

$$P = \frac{n\ (\text{زن باشد و تحصیلات دانشگاهی داشته باشد})}{n\ (\text{کارمند زن باشد})}$$

طبق جدول:

$$P = \frac{۱۰}{۸۰ + ۱۰} = \frac{۱۰}{۹۰} = \frac{۱}{۹}$$

همچنین احتمال این که کارمندی، زن و تحصیلات دانشگاهی داشته باشد، برابر است با:

$$P' = \frac{n\ (\text{زن و تحصیلات دانشگاهی داشته باشد})}{n\ (\text{کارمندان اداره})} = \frac{۱۰}{۱۹۵} = \frac{۲}{۳۹}$$