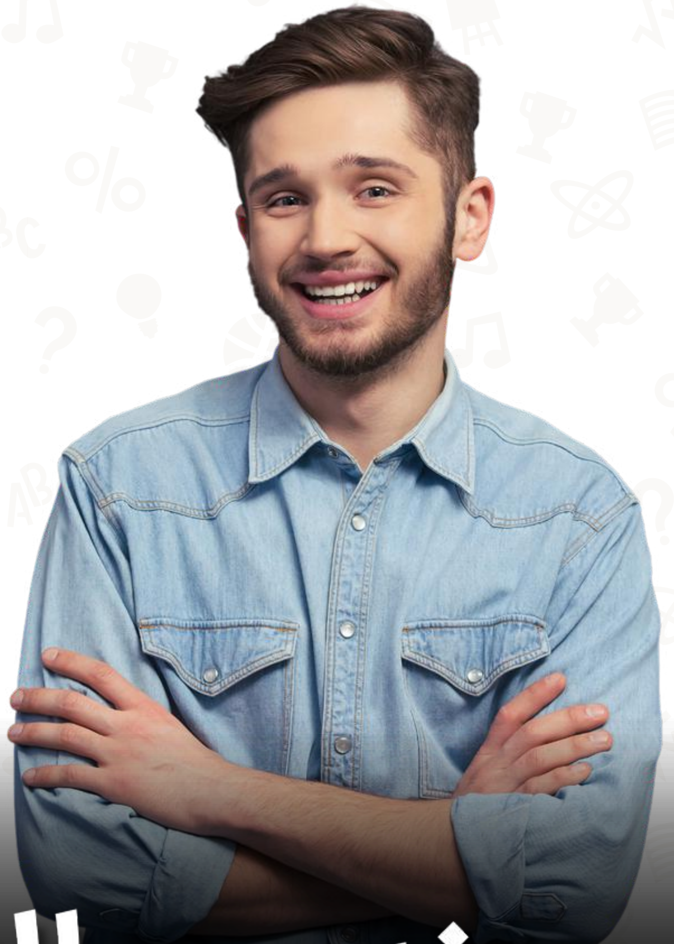
هندسه ۱۲



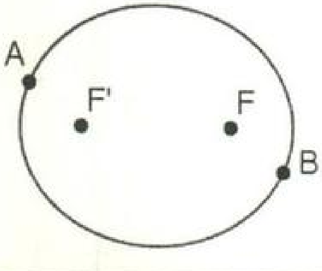
نمونه سوالات تالیفی

شبه نهایی ریاضی

bekhunofficial

سؤالات شبه نهایی درس : هندسه (۳)	بسمه تعالی	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۰۱/۲۲
پایه دوازدهم دورهٔ دوم متوسطه	آموزش و پرورش استان کرمانشاه	زمان امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	تعداد صفحات : ۲ صفحه
دانش آموزان سراسر استان در فروردین ۱۴۰۲	(نوبت ظهر)	تعداد سؤالات: ۱۶

امام علی (ع) فرمود: کسی که با دانش خود به پیکار با جهلِ خویش برخیزد، به بالاترین خوشبختی می رسد.

ردیف	سؤالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ دو بردار باشند، داریم: $\vec{a}\times\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert.\lvert\vec{b}\rvert.\cos\theta$. ب) مکان هندسی نقطه هایی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله اند، نیمساز آن زاویه است.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. الف) اگر تمام درآیه های یک ماتریس صفر باشند، آن ماتریس را ماتریس .... می نامند. ب) معادله $y=0$ در فضای $\mathbb{R}^3$ نشان دهنده صفحه .... می باشد.	۰/۵
۳	در معادله ماتریسی $\begin{bmatrix}3x & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2\\ -3 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}=0$ مقدار x را بیابید.	۱/۲۵
۴	اگر $A=\left[a_{ij}\right]_{3\times3}$ به صورت $a_{ij}=\begin{cases}i.j & i>j\\ i^2 & i=j\\ 2i-j & i<j\end{cases}$ تعریف شده باشد، ماتریس $2A-3I$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۵	اگر $A=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 0\end{bmatrix}$ باشد، نشان دهید ماتریس $2I-4A^{-1}$ وارون پذیر نیست.	۱/۲۵
۶	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O(2,1)$ بوده و بر خط $5x+12y=1$ مماس باشد.	۱
۷	نقطه های A، B، C و D در صفحه مفروضند. نقطه ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از نقطه C و D نیز به یک فاصله باشد. (بحث کنید.)	۱
۸	آیا $x^2+y^2+3x-2y+5=0$ معادله یک دایره است؟	۰/۷۵
۹	معادله سهمی را بنویسید که مختصات کانون آن $F(2,3)$ و $x=4$ خط هادی آن باشد.	۲
۱۰	اگر مختصات کانون های بیضی $F(9,2)$، $F'(1,2)$ و $\frac{c}{a}=0/8$ باشد، طول قطر بزرگ، طول قطر کوچک و مرکز بیضی را تعیین کنید.	۱/۵
۱۱	دو نقطه A و B مطابق شکل روی بیضی و نقطه های F و F' کانون های بیضی هستند. اگر $AF'=BF$ باشد. ثابت کنید دو پاره خط AF و BF' موازی اند. 	۱/۵

ادامه ی سؤالات در صفحه دوم

ردیف	سؤالات	بارم
۱۲	مساحت مثلث ABC را در صورتی که $A=(۲,۰,۲)$، $B=(-۲,۱,-۲)$ و $C=(۰,۰,-۵)$ باشد، محاسبه کنید.	۱/۵
۱۳	بردارهای $\vec{a}=(۲,-۱,۲)$ و $\vec{b}=(۲,۴,-۲)$ مفروض اند. قرینه بردار $\vec{a}+\vec{b}$ را نسبت به امتداد بردار $a-b$ محاسبه کنید.	۱/۵
۱۴	در صفحه $\mathbb{R}^۲$ نمودار رابطه های مربوطه را رسم کنید. الف) $y=x^۲ \quad , \quad -۱<x\le ۲$ ب) $\begin{cases} -۱\le x\le ۱ \\ -۲\le y\le ۱ \end{cases}$	۱/۵
۱۵	اگر $\vec{a}=۲i+j-k$ و $\vec{b}=۲j-k$ باشند. مطلوب است: $(a+b)\times(a-b)$.	۱/۵
۱۶	اگر a و b دو بردار دلخواه باشند، ثابت کنید: $\lvert a.b\rvert \le \lvert a\rvert.\lvert b\rvert$	۱/۵
	سربلندی شما آرزوی ماست. جمع بارم	۲۰نمره

پاسخنامه هندسه ۳ — نوبت ظهر

۱) الف) نادرست (۰٫۲۵) ب) درست (۰٫۲۵)

۲) الف) معرف $\bar{O}$ (۰٫۲۵) ب) xOz (۰٫۲۵)

۴)
$$[3x \quad 2]\begin{bmatrix}1 & -2\\ -3 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}=0 \Rightarrow \underbrace{[3x-6 \quad -6x+12]}_{(0.5)}\begin{bmatrix}-1\\ 1\end{bmatrix}=0$$

$$\Rightarrow \underbrace{(3x-6)(-1)+(-6x+12)(1)=0}_{(0.5)} \rightarrow x=2 \quad (0.25)$$

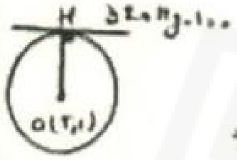
۳)
$$\underbrace{A=\begin{bmatrix}1 & 0 & -1\\ 2 & 4 & 1\\ 3 & 6 & 9\end{bmatrix}}_{(0.5)},\ 2A-3I=\underbrace{\begin{bmatrix}2 & 0 & -2\\ 4 & 8 & 2\\ 6 & 12 & 18\end{bmatrix}}_{(0.25)}+\underbrace{\begin{bmatrix}-3 & 0 & 0\\ 0 & -3 & 0\\ 0 & 0 & -3\end{bmatrix}}_{(0.25)}=\underbrace{\begin{bmatrix}-1 & 0 & -2\\ 4 & 5 & 2\\ 6 & 12 & 15\end{bmatrix}}_{(0.25)}$$

۵)
$$A=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 0\end{bmatrix} \rightarrow |A|=0-(-2)=2 \Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0 & -2\\ 1 & 3\end{bmatrix} \quad (0.5)$$

$$B=2I-4A^{-1}=2\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}-4\times\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0 & -2\\ 1 & 3\end{bmatrix}=\underbrace{\begin{bmatrix}2 & 4\\ -2 & -4\end{bmatrix}}_{(0.25)} \Rightarrow |B|=0 \quad (0.25)$$

چون دترمینان ماتریس B برابر صفر است، پس این ماتریس وارون‌پذیر نیست. (۰٫۲۵)

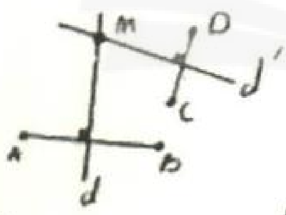
۶) فاصله مرکز دایره تا خط مماس برابر با شعاع دایره است. (۰٫۲۵)



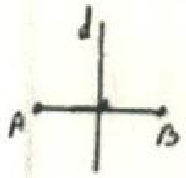
$$R=OH=\frac{|5(2)+12(1)-1|}{\sqrt{25+144}}=\frac{21}{13} \quad (0.25)$$

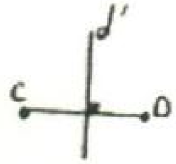
$$(x-2)^2+(y-1)^2=\frac{441}{169} \quad (0.5)$$: معادله دایره

۷) عمود منصف پاره خط AB را رسم کرده و خط d می‌نامیم. همچنین عمود منصف پاره خط CD را رسم کرده و خط d' می‌نامیم. نقطه برخورد دو خط d و d' جواب مسئله است. (۰٫۲۵)



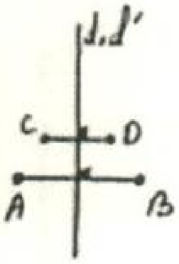
الف) اگر خط‌های d و d' متقاطع باشند، مسئله یک جواب دارد. (نقطه M) (۰٫۲۵)





ب) اگر خط‌های d و d' موازی و متمایز باشند، مسئله جواب ندارد. (۰٫۲۵)

ج) اگر خط‌های d و d' بر هم منطبق باشند، مسئله بی‌شمار جواب دارد (۰٫۲۵)



پاسخنامه هندسه ۳ — نوبت ظهر

۸) خیر (۰/۲۵)

$a=3 , b=-2 , c=5$

$\underbrace{a^2+b^2-4c=9+4-20}_{(0/25)}=-7<0 \Longrightarrow$ معادله تهی است (۰/۲۵)

۹) چون خط هادی به صورت $x=4$ و $x_F<4$ بنابراین دهانه سهمی رو به چپ است (۰/۲۵)

$x=a+h=4$: خط هادی سهمی و کانون سهمی: $F(a+h,k)=(2,3) \Rightarrow \begin{cases}-a+h=2\\ k=3\end{cases}$ (۰/۵)

$\underbrace{\begin{cases}a+h=4\\ -a+h=2\end{cases}}_{(0/5)} \Rightarrow \begin{cases}h=3\\ a=1\end{cases} \rightarrow$ رأس سهمی $(3,3)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (y-k)^2=-4a(x-h)$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow (y-3)^2=-4(x-3)$ (۰/۲۵)

۱۰) مرکز بیضی وسط کانون هاست، پس داریم:

$F(9,2)$ و $F'(1,2) \longrightarrow$ بیضی افقی (۰/۲۵)

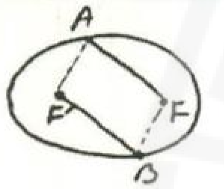
مرکز $O=\left(\frac{9+1}{2},\frac{2+2}{2}\right) \Rightarrow O(5,2) \Rightarrow c=OF=\sqrt{(9-5)^2+(2-2)^2}=4$ (۰/۲۵)

$\frac{c}{a}=0/8 \longrightarrow \frac{4}{a}=0/8 \rightarrow a=5$ (۰/۲۵) $\rightarrow a^2=b^2+c^2 \Rightarrow 25=b^2+16 \Rightarrow b=3$ (۰/۲۵)

قطر بزرگ: $2a=10$ و قطر کوچک: $2b=6$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

۱۱) چهارضلعی $AFBF'$ را در نظر می‌گیریم، داریم (۰/۲۵)



$\left.\begin{matrix}AF+AF'=BF+BF'=2a\\ AF'=BF\end{matrix}\right\} \Rightarrow AF=BF'$ (۰/۵)

یعنی هر دو ضلع روبرو در چهارضلعی فوق با هم برابرند، پس این چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است. (۰/۲۵)

$AF'=BF$ و $AF=BF'$ $\longrightarrow$ چهارضلعی $AFBF'$ متوازی‌الاضلاع است $\Longrightarrow AF' \parallel BF , BF' \parallel AF$ (۰/۵)

۱۲) $\overrightarrow{AB}=B-A=(-4,1,-4) , \overrightarrow{AC}=C-A=(-2,0,-7)$ (۰/۵)

مساحت مثلث $=S=\frac{1}{2}|AB\times AC| , AB\times AC=\begin{vmatrix} i & j & k\\ -4 & 1 & -4\\ -2 & 0 & -7\end{vmatrix}=(-7,-20,2)$ (۰/۵)

$S=\frac{1}{2}\sqrt{49+400+4}=\frac{\sqrt{453}}{2}$ (۰/۵)

۱۳) $\vec{a}+\vec{b}=(4,3,0) \rightarrow |a+b|=\sqrt{4^2+3^2+0^2}=5$ (۰/۵)

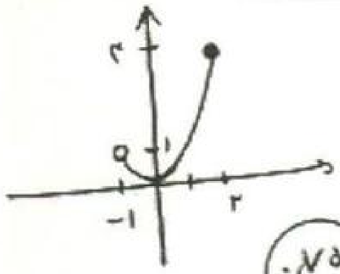
$\vec{a}-\vec{b}=(0,-5,4) \rightarrow |a-b|=\sqrt{0^2+(-5)^2+4^2}=\sqrt{41}$ (۰/۵)

قرینه a نسبت به امتداد $a-b$ $=2\frac{(a+b)\cdot(a-b)}{|a-b|^2}(a-b)-(a+b)=\left(-4,\frac{27}{41},\frac{-120}{41}\right)$ (۰/۵)

پاسخنامه هندسه ۳ — نوبت شهریور

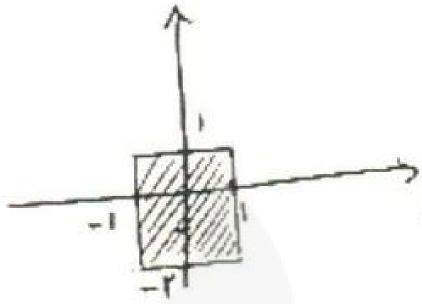
۱۴)

الف)



(۰/۷۵)

ب)



(۰/۷۵)

۱۵)

$\vec{a}+\vec{b}=2i+3j-2k$ (۰/۵) , $a-b=2i-j$ (۰/۵)

$$(a+b)\times(a-b)=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -2\vec{i}-4\vec{j}-8\vec{k}$$ (۰/۵)

۱۶)

$-1\leq \cos\theta \leq 1 \Rightarrow |\cos\theta|\leq 1 \xrightarrow{\times |a||b|} \underbrace{|a||b|\cos\theta}_{|a.b|} \leq |a||b| \longrightarrow |a.b|\leq |a||b|$

(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)